

数学的活動を通して論理的な思考を育成する学習指導の在り方

—筋道を立てて説明し合う活動を通して—

長期研究員 宗 形 聡

《研究の要旨》

次期高等学校学習指導要領解説数学編では、数学的な表現を用いて簡潔・明瞭・的確に表現したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりする機会を設けるとされている。数学的な表現を用いて、論理的に説明することを苦手とする傾向があることを踏まえ、数学科の授業において、すべての生徒が解答の説明を文章で表現し、筋道を立てて解答を説明し合う数学的活動を行った。これらにより、生徒に論理的な思考を育むことができるようにした。

I 研究の趣旨

次期高等学校学習指導要領解説数学編では、陶冶的な意義として、「グローバル化や情報化が進展する今日のような時代において、〔中略〕自らの考えや判断の前提を明確にし、根拠を示しながら考えや判断についての的確な説明をして他に理解を得る力はとりわけ重要な力である」と述べられている。

高等学校においては、小・中学校に比べ知識伝達型の授業にとどまりがちであることや、卒業後の学習や社会生活に必要な力の育成につながっていないことが課題の一つに挙げられている。研究協力校の大半の生徒は、卒業後の進路が就職となっている。卒業後社会に出る生徒にとって、数学科の授業において相互に論理的で簡潔な説明をする活動は、重要で必要不可欠な活動の一つと考える。数学的な表現を用いて、論理的に説明することを苦手とする傾向が浮き彫りになっていることから、数学科教育において数学的な表現を用いて説明させることや、よりよい数学的な表現に練り上げていく過程を充実させることが求められている。

数学科の授業において記述表記はもちろんのこと、自分の考えを言葉で表現することは、学習内容の理解を深めることにも有効であると考え。相互に説明することで、双方の考えを比較したり、よりよい数学的な表現を練り上げたりして、学習内容の広がりや深まりが増すとともに、表現力の向上が見込まれる。これらを鑑みて、すべての生徒に説明する機会をもたせる必要があると考える。

そこで、本研究では、数学のよさを認識させながら、すべての生徒に説明をさせたいと考え、計算のアルゴリズムや解法の手順を、筋道を立てて簡潔に説明する活動を取り入れることとした。そして、自らの考えを数学的に表現して説明する活動や問題解決の過程や結果を振り返って考察する活動等の数学的活動を行うことで、論理的な思考が育まれると考え、本主題を設定した。

II 研究の概要

1 研究仮説

数学科の授業において、以下の視点に基づく指導を講じれば、自らの思考を整理・修正し、筋道を立てて説明し合う数学的活動を通して、論理的な思考の育成が図られるであろう。

【視点1】意欲的に解法の見通しをもち、解答を作成する活動

【視点2】思考の整理・修正を行い、解答の筋道を文章で表現する活動

【視点3】自分の考えを論理的に相手に伝える活動

2 研究の内容

(1) 【視点1】について

問題の提示後、問題の内容を理解するために、問題の分析や解法の予想をする活動を設ける。分析や予想の仕方、既習事項、問題のポイントをまとめることとし、そのために、ワークシートを活用する(図1)。

問題の分析を基に、問題解決に必要な内容は何か取捨選択しながら、解答の作成をする。問題の解法に見通しをもてない者

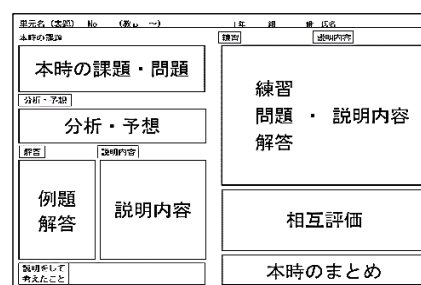


図1 ワークシートの構成

も、解答を作成するきっかけにできると考える。

(2) 【視点2】について

ワークシートで解答作成後、筋道を立ててほかの人に説明できるように、自分は問題をどのように考え、どのように解いていったのか、計算のアルゴリズムや解法の手順を文章で表現する。その際、生徒が相互に気付いた点を指摘しながら、論理的で簡潔な説明文章を練り上げていく。説明内容を文章にすることで、思考を可視化し、整理・修正を行うことができると考える。

(3) 【視点3】について

文章化した説明内容をもとに、自分の解法を説明する。説明活動は、ペア学習とする。ペア学習とすることで、グループ学習よりも、すべての生徒に説明する機会を設けられること、複数名相手への説明の抵抗感を和らげられること、さらに、説明活動の時間を短縮できることを考慮した。生徒同士が説明し合うことで、互いの考えを比較したり、自分の考えを整理・修正し、再構築したりできるようにする。また、ペアでの説明後に、生徒同士で説明活動の相互評価をすることで、相手を意識した説明ができるようになる。

3 研究の実際

(1) 事前意識調査について

実践前の実態を把握するために、研究対象生徒に数学の学習に対する意識調査を実施した。その調査の中で、数学科の授業において自分の考えを発表したり、ほかの生徒に説明したりすることは大切だと思う生徒の割合は79.8%であった。一方で、自分の考えを発表したり、ほかの人に説明したりしていた生徒の割合は39.2%であった。この結果から、説明する活動は大切であると分かっているが、それに取り組んできていない生徒が多いことが分かった。

(2) 授業実践単元について

対象生徒	第1学年79名(2クラス)
授業実践Ⅰ	数学Ⅰ「数と式」(6月 8時間)
授業実践Ⅱ	数学Ⅰ「2次関数」(10月 7時間)

本稿では、授業実践Ⅱ「2次関数」の実際を中心に記述することとする。

(3) 授業実践の実際と考察

実践Ⅱでは、2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについての授業を行った。

【視点1】について、毎時間ワークシートを使用し、分析や予想を記述させ、全体で内容の共有をした。問題の分析や予想を記述することで、思考を可視化でき、解答作成のきっかけとできた。問題の着眼点や既習事項を意識する分析や予想ができるようになった(図2)。

例題2 $y=-x^2-6x-5$ のグラフをかきなさい。

分析・予想

- 放物線のグラフ→頂点が必要
- 頂点かわからない→ $()^2$ を作る
- x の係数が -1 → $\times(-1)$

図2 分析や予想の記述

【視点2】について、説明するための台本作りと位置付け、説明内容を文章で作成させた。計算のアルゴリズムや解法の手順を、筋道を立てて説明できるように説明内容を文章化していくことが、論理的な思考の育成につな

がると考えた。生徒の実態を考慮し、一貫して教員が支援しながら、クラス全体で例題の解答と説明内容を作成した。例題を参考に生徒が練習問題を解き、説明内容を作成することとした。実践Ⅱでは、実践Ⅰよりもワークシートへ説明内容を記述した割合が、保持されていた(図3)。

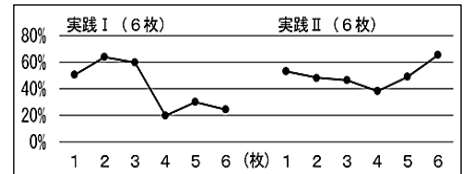


図3 ワークシートの説明内容記述状況

ができる。実践Ⅰで、ある生徒の文章化した説明内容は、序盤で数字のみの記述だったものが、中盤では数字に矢印や線を含み、終盤では言葉を使いながらの説明内容に変化した。さらに、実践Ⅱでその生徒が文章化した説明内容は、数学的な表現を用いながら、解法の手順を論理的に示したものに成長した(図4)。

解答	説明内容
$y = -2x^2 - 12x - 8$	平方完成する
$y = -2(x+6x) - 8$	x^2 の係数が $-2 \rightarrow -2$ をくく
$y = -2\{(x+3)^2 - 9\} - 8$	x の係数 6 を 2 でわって 2 乗したものをひく。中か、こを使う。
$y = -2(x+3)^2 + 18 - 8$	-2 を -9 にかけて中か、こをはずす 18 と -8 を計算して変形終了
$y = -2(x+3)^2 + 10$	

図4 説明内容の記述

【視点3】について、ペアでの説明は、説明のたびに前後左右で組合せを変えながら行った。例題の説明内容を全体で共有して作成したため、説明活動も順調に行えた。練習問題の説明も実践Ⅰより時間を確保し行うことができた。相互に説明をする中で、思考の比較や整理・修正をする姿が見られた。

ワークシートの相互評価欄には、説明した相手、自己評価、相手の評価と感想、説明して考えたことを記述した(図5)。

説明した相手	自己評価	よくできた 4・3・2・1 できなかった
相手の評価	よくわかった 4・3・2・1 わからなかった	
相手の感想	わかりやすく説明してくれました。終わり	
考えたこと	() ² がうしろに必ず「 $-$ 」だから気をつけよう	
説明した相手	自己評価	よくできた 4・3・2・1 できなかった
相手の評価	よくわかった 4・3・2・1 わからなかった	
相手の感想	よかったです。(わかりやすい説明) 明かした	
考えたこと	分かったことを先に説明した その後ひいて説明した。	

図5 相互評価の記述

説明内容が相手に理解されたことで、生徒の意欲が向

上していた。活動の記録を残すことは、自分の説明について振り返り、客観的に評価をすることにつながった。実践後の調査から、説明することで考えがまとまったり、他者の考えと比較したりした生徒も多いことが分かった。

(4) 授業の活動の評価

ルーブリック評価を作成し、自己評価をさせた。ルーブリックについては、5項目の観点について、評価を3段階に分けた。観点の5項目は、①問題の内容理解、②解答の作成、③説明内容の作成、④説明をして伝える、⑤評価をする、である。実践Ⅰでは、第1時と第4時と第8時の授業において、実践Ⅱでは、第1時と第4時と第7時の授業において、それぞれ計3回ルーブリック評価を行った。実践Ⅰの第1時と第8時、実践Ⅱの第7時のルーブリック評価の3段階を点数化し、結果を比較した(図6)。レーダーチャートの数値は、実践Ⅰ(1)の平均値を100としたときの実践Ⅱ(7)の平均値の割合を示している。

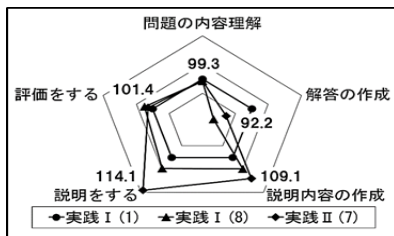


図6 ルーブリック評価の結果

説明内容の作成と説明をする活動ともに自己評価が高まり、自信をもてるようになったことが分かった。

(5) 事後テストの分析

実践Ⅰと実践Ⅱの最後に論理的な思考が育成されたか確認するため、研究対象生徒に学習内容についての記述式の事後テストを行った。解法の説明を記述する問題や間違っているところを指摘する記述問題を実践Ⅰで8題、実践Ⅱで7題出題した。事後テストの解答状況を見ると、正答率は問題によって差があるものの、実践Ⅱでの無解答率を減少させることができた(図7)。

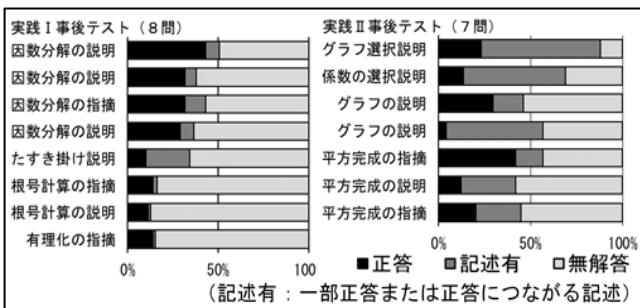


図7 事後テスト解答状況割合

説明内容を文章で作成してきたことによって、記述問題に取り組もうとする意識が高まったことや、記述する内容を理解できたことが考えられる。また、解答の記述内容を見ると、論理的な思考を働かせ、意欲的に記述しようとする姿勢が見られた(図8)。

図 2次関数のグラフが下のようにならされている。グラフを表す式が $y=a(x-p)^2+q$ であるとき、 a 、 p 、 q の値の組み合わせとして、最も適当なものを次の(ア)～(オ)中から1つ選び、記号で答えなさい。また、選んだ理由を答えなさい。

選択肢	a	p	q
(ア)	1	3	7
(イ)	1	-3	-7
(ウ)	1	3	-7
(エ)	-1	3	7
(オ)	-1	-3	-7

選んだ記号(エ)

まずグラフは上に凸の形だから(エ)、(オ)にしぼって考える
 (エ)は代入してみれば $y = -1(x-3)^2 + 7$ で
 x軸を向いて+3、y軸を向いて+7の点で頂点の位置に
 このグラフになると思う。
 (オ)のグラフは代入してみれば
 $y = -1(x+3)^2 - 7$ であるから頂点はx軸の向いて
 0より-3より小さいので(オ)は代入してみてもいいから。

図8 実践Ⅱ事後テストの解答

Ⅲ 研究のまとめ

1 研究の成果

説明活動を意識付けることで、相手に伝えるために、問題の内容や解き方を理解しようとする意欲が向上した。分析や予想をすることによって、問題のとらえ方の正確性も増した。また、最後に実施した生徒への意識調査から、解答の説明を文章化することによって、解答の筋道を考え解答を作成することができ、論理的に思考する意識が高まった。さらに、説明内容を書くことによって、問題解決の過程や結果を振り返り考察することができ、学習内容の深まりが増したことが分かる(図9)。

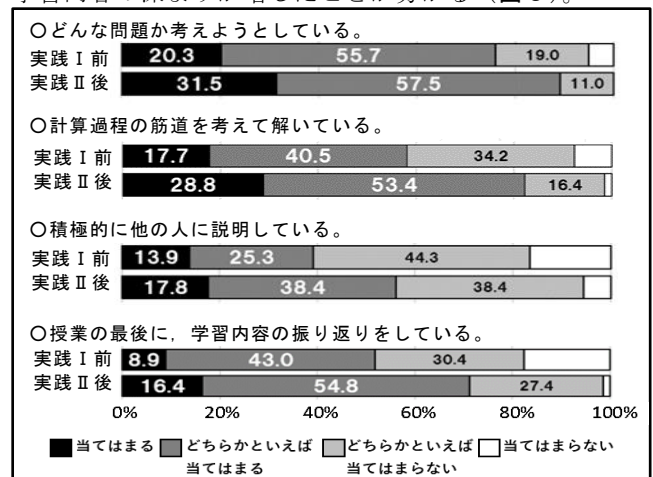


図9 生徒の意識調査結果

解答や説明内容を文章で作成し説明し合う活動は、論理的な思考を育成する上で効果的であった。

2 今後の課題

問題を論理的に考える意識をもつことができたので、問題解決過程や結果の正確性も向上できると考える。実践時だけではなく、年間を通し定期的に説明活動を授業に取り入れ、論理的に他者に伝える機会を多くもてるよう継続した指導が必要である。また、説明活動に対する生徒の関心や意欲を高めるために、日常生活や社会の事象と関連した内容を取り入れることも今後の課題である。