解決までの道筋を構想し数学的に表現する力を育む学習指導の在り方（第一年次）

―「学習ストックシート」の活用を通して―

長期研究員　髙 橋　駿 介

《研究の要旨》

本研究は，数学科の授業における課題解決の過程において，解決までの道筋を自力で構想し，課題解決の過程を数学的に表現する力を育むことを目指した。そこで，生徒が授業で用いた着想の理由を問い，着想と基になった考えを蓄積していく活動と，解決過程を表現し互いに評価・改善する活動を手立てとして講じた。その結果，解決の道筋を構想し，見通しをもって課題解決に取り組む生徒が増加した。

Ⅰ　研究の趣旨

中学校学習指導要領解説数学編では「数学的に考える資質・能力を育成する上で，数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することを重視する」と示されている。また，その中の数学的活動の取組における配慮事項として「数学を活用して問題解決する方法を理解するとともに，自ら問題を見いだし，解決するための構想を立て，実践し，その過程や結果を評価・改善する機会を設けること」と示されている。

平成31年度全国学力・学習状況調査の結果では，事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することに課題があると分析されている。また，令和３年度福島県頑張る学校応援プランでは，中学数学において全国学力調査の記述式活用問題における無回答率が全国に比べて高くなっていると示された。これらのことから解決までの構想を立て，それらを説明することに課題がある生徒が多いと考えられる。

今までの自身の授業は，課題を見いだし解決していく課題解決の過程よりも，問題演習の時間を多く設定し，技能の習得を重視する授業になってしまっていた。そのため，計算問題などの技能を問われる問題は解けるものの，自力で新たな課題を解決するときには手が付けられなかったり，課題解決の過程を記述することができなかったりする生徒が見られた。

このことからも，日々の授業で問題の中から利用できそうな既習事項を見付け，関連付けながら課題を解決していく過程を意識させることが必要であると考える。

そこで本研究では，既習事項を関連付けながら課題解決までの見通しをもたせ，課題解決の過程を言葉や数，式，図，表，グラフ等を用いながら表現し，比較する活動を取り入れる。この活動を通して，解決までの道筋を構想し数学的に表現する力の育成を目指したいと考え，本研究の主題を設定した。

Ⅱ　研究の概要

１　研究仮説

数学科の授業において，以下の手立てを講じれば，解決までの道筋を構想し，数学的に表現する力を育むことができるであろう。

【手立て１】学びを蓄積する「学習ストックシート」の作成

【手立て２】着想の理由を問う場の設定

【手立て３】自他の表現を比較し，評価・改善する場の設定

２　研究の内容

(1)【手立て１】学びを蓄積する「学習ストックシート」の作成

生徒が自力で課題解決をするためには既習事項を想起することが大切である。そのため，生徒が既習事項を想起し,解決までの道筋を構想するための手段として「学習ストックシート」（以下,「シート」）を作成させる。

「シート」に記述する内容は「振り返り」「アイディア」「きまり」の３項目に分類し，それぞれ**図１**に示す視点で生徒に記述させる。

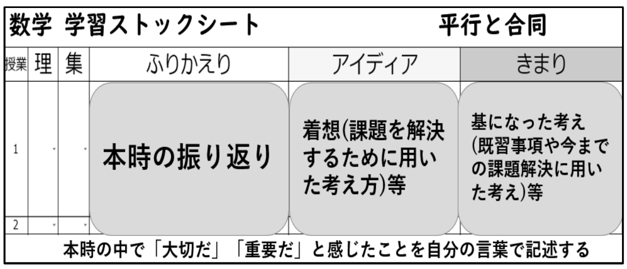


図１　記述の視点

「シート」はＩＣＴ端末を用いて表計算ソフト上で作成させる。単元を通して作成させ，授業中いつでも必要なときに確認することができるようにすることで,自力で課題解決を進めるためのツールの一つとして使用していく。

授業の終末には，授業の中で大切だと感じたことを自分の言葉で「シート」に記述する場面を設定し，毎時間蓄積させていく。

(2)【手立て２】着想の理由を問う場の設定

すべての生徒が着想をもって課題解決に取り組むことができるようにするために，着想を得た生徒から着想の理由を問う場面を設定する。

生徒の中には自力で着想を得ることができない生徒や，直観的に着想を得ている生徒がいる。自力で着想を得ることができない生徒は，着想を共有することで，その場面では課題解決を進めることができるようになる。しかし，その着想がどこから出てきたのかが分からないと，ほかの場面では自力で課題解決を進めることはできない。また，直観的に着想を得ている生徒もほかの場面で着想を得られるとは限らない。そこで着想を共有した後で，その理由を問い，着想の基になった考えを明確にしていく。着想の基になった考えが明確になることで，自分の思考が整理され，自力で着想を得ることができる生徒が増加すると考えられる。

(3)【手立て３】自他の表現を比較し，評価・改善する場の設定

課題解決の際，ただ答えを求めさせるのではなく，自分の課題解決の過程を言葉や数，式，図，表，グラフ等を用いて表現させる。そして，表現したものを比較し，自他の表現を評価させていく。その後，自分の表現を振り返ることで，表現が数学的な表現を用いた簡潔なものへと改善されていく。また，自分だけでは気付かなかった考えにも気付き，考えが広がることが期待できる。

３　研究の実際

対象学年	第２学年64名（２学級）
授業実践Ⅰ	「連立方程式」（14時間）
授業実践Ⅱ	「平行と合同」（８時間）

本稿では，授業実践Ⅱの実際を中心に述べる。

(1)【手立て１】について

「シート」の「アイディア」「きまり」に記述させるものを明確にするため，授業中に生徒が既習事項と関連させながら，着想を得ている姿を予想し，「価値付けたい姿」として単元計画に位置付けることとした（**図２**）。

また，生徒が「アイディア」と「きまり」を区別することができるように，「アイディア」を黄色，「きまり」を赤色と，可視化して授業を行った。実践後の「シート」を見ると，「アイディア」の部分に「表を使うときまりが見付けやすくなる」「具体的な角の大きさで調べてから文字を使って調べる」といった着想につながる記述が見られた（**図３**）。

この記述は「帰納的に推論して表からきまりを見付ける過程」「具体的な数できまりを見付け，文字を用いて一般化する過程」が大切であることを自分の言葉でまとめたものだと分かる。このように，課題解決の際に用いた着想について自分の言葉で「シート」に記述する生徒が多く見られるようになった。また，「きまり」には授業の中で新たに見いだした知識や技能を必要に応じて記述する生徒も見られた。

その結果，新たな課題解決の際に，自分が今まで記録してきた「シート」を確認し，使うことのできる着想や既習事項がないか，随時確認しながら課題解決に取り組む姿が見られた。

時	学習活動	価値付けたい姿
1	・多角形の内角の和の求め方を考える場面で，様々な分割の仕方から共通点を見いだし，全て三角形を基に分割していると統合的に考察する。	・既習である三角形や四角形に分割して内角の和を求めている。 ・四角形も三角形に分割できる１つの考えにまとめている。
2	・ｎ角形の内角の和を求める場面でｎ角形が(n-2)個の三角形に分けられると見いだし，なぜ(n-2)個の三角形に分割されるのか理解する。	・表を用いて(n-2)個という関係を帰納的に見いだしている。 ・(n-2)個の三角形になる理由は全ての多角形で成り立つ性質であるということに気付いている。
3	・多角形の外角の和を求める方法を考える場面で具体的な多角形の外角の求め方を参考にして，ｎ角形の外角の和が常に360°となることを演繹的に説明する。	・既習である内角の和を求める方法を用いている。 ・必ず成り立つかどうか調べようとしている。 ・多角形の外角の和の求め方は同じ考え方で求めていると気付いている。
4	・対頂角の意味と性質について理解する。 ・対頂角の性質が成り立つかどうか調べる場面で，具体的な数値で考えた考え方を基にして，文字を用いた場合で説明する。	・具体的な角の大きさで考えてみる。 ・具体的な角の大きさで考えたことを参考にし，文字の場合でも考えている。 ・根拠を明らかに説明する。
5	・同位角や錯角について考える場面で，作図や既習事項を基に性質を導く活動を通して，平行線の性質と平行線になるための条件について理解する。	・角の大きさを求める際に根拠を明らかにしている。 ・具体的な角の大きさを用いて考えている。 ・二直線が平行であることに着目し，既習事項を用いようとしている。
6	・三角形の内角の和が180°になることを説明する場面で，平行線を用いて角の大きさを集めることができることに気付き，180°になる理由を演繹的に説明する。	・既習事項を基に，分かっている形に角を集めれば調べることができると考えている。 ・角を集めるために，補助線を用いている。 ・180°になることを，根拠を明らかに説明している。
7	・平行な２直線とその間にできる角の大きさを求める場面で，図形の性質を用いるために補助線をひくことに気付き，自分の求めた方法を相手に説明する。	・いつでも成り立つことを調べるために文字を用いて考えている。 ・文字で考える前に具体的な角の大きさで考えている。 ・既習の図形の性質を用いるために補助線をひいている。 ・角の大きさが等しい理由を根拠を明確にして説明している。
8	・２直線が平行でない場合の角の大きさを求める場面で，目的をもって補助線をひき，角の大きさの求め方を説明する。	・いつでも成り立つことを調べるために文字を用いて考えている。 ・文字で考える前に具体的な角の大きさで考えている。 ・既習の図形の性質を用いるために補助線をひいている。 ・角の大きさが等しい理由を根拠を明確にして説明している。

図２　価値付けたい姿

数学 学習ストックシート　　平行と合同

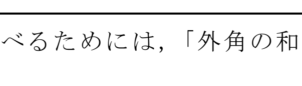
授業	ふりかえり	アイディア	きまり
1	多角形の中に線をひいて更に多角形を作って求める。	多角形の中に線をひいて三角形や四角形を作ることによって求められる。	線をひく。 三角形四角形に分ける。
2	一つの頂点から三角形を作るために線をひくと両隣の辺に対しては三角形を作れない。	表を使うときまりを見つけやすくなる。	表を作る。 多角形を作る。
3	三角形などの外角の和を求めるためには１直線の180°x3して内角をひく。そうすると360°になる。これが三角形の外角の和。	本当に全部360°になるかわからないときは文字を使って調べる。	外角の和は360°。
4	対頂角がいつでも等しくなるか説明するときは根拠が必要。	具体的な角の大きさで調べてから、文字を使って調べる。	対頂角はいつでも等しい。
5	２直線が平行なときは同位角が等しい。	錯角が等しいか求めるときは具体的な角の大きさで調べてから文字を使う。	
6	三角形の内角の和はいつでも180°になる。	文字を使って調べる。	平行線の錯角は等しい。 平行線の同位角は等しい。
7	ｌとmに平行な直線をひいて、錯角を作って求める。	ｌとmに平行な直線をひく。	ｌ//mならば∠a＋∠b=∠x
8	3つの角を足すといつでもへこんだ角になる。	ｌかmに平行線をひく。	∠a+∠b+∠c=∠x

図３　生徒が作成した学習ストックシート

(2)【手立て２】について

第３時の授業では，以下の問題を提示した。

右の三角形，四角形，五角形の外角の大きさには何か関係はあるだろうか。



外角の大きさの関係を調べるためには，「外角の和が

分かればよい」という生徒の考えから，「外角の和の求め方を考えよう」と課題を設定し，授業を行った。自力解決の場面で，三角形のそれぞれの内角の大きさを自分で設定し，具体的な角の大きさで考えている生徒がいた（**図４**）。その生徒の「具体的に考えてみる」という着想を全体で共有した後，「どうしてそうしようと思ったの」と問い返した。生徒からは，「一つ一つの角の大きさは分からないけど，三角形の内角の和は180°だから，とりあえず具体的な角の大きさを当てはめてみた」という考えが出された。そこで「三角形の内角の和に着目したんだね」と着想の基になった考えを価値付けた。その後，学級全体で「三角形の内角の和は180°だから，具体的な角の大きさで考えてみる」という着想を得るまでの流れを整理することができた。

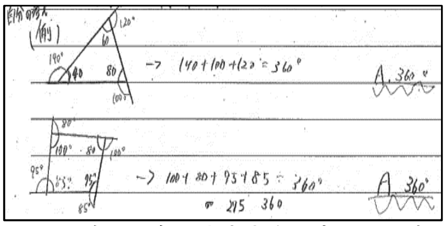


図４　自分で角の大きさを設定した記述

第４時の対頂角の性質について考える授業では，どうやって性質を見付ければよいか質問した。生徒からは「１直線の角の大きさは180°だから，具体的な角の大きさで調べてみる」という着想が出された。前時に共有した「具体的な数値なら求められそうだ」という着想を基に「対頂角は等しくなりそうだ」という性質を見付け，説明する姿が見られた（**図５**）。

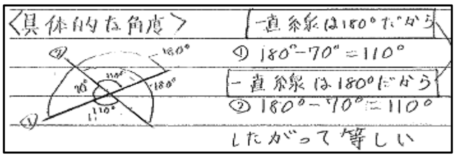
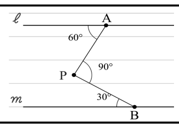


図５　具体的な角の大きさで考えた記述

第７時の授業では以下の問題を提示した。

２直線が平行なとき，
どんなきまりがあるだろうか。



生徒はすぐに「上下の角を足すと真ん中の角の大きさになりそうだ」という性質に気付くことができた。そこで，いつも成り立つのか生徒に質問し，「いつでも言えるはず」という発言から「上の角と下の角の和は必ず真ん中の角と等しくなるのだろうか」と課題を設定した。課題に対し，生徒からは「いつでも言えるかどうか確かめるためには文字で調べればよい」という着想が出されたが，別の生徒からは「いきなり文字では難しいから具体的な角の大きさで考えたほうがよい」という着想も出された。第３時に用いた「具体的に考える」という着想が性質を見付けるためだけでなく，性質が成り立つことを説明する際にも使える着想であると気付いた場面であった。

また，課題解決の場面では，「補助線を用いる」という着想を基に角の大きさを求めようとする生徒の姿が多く見られた。そこで，共有の場面で「どうしてそこに補助線をひいたの」と質問した。生徒は「錯角が作れるから」と答えた。そこで「なんで錯角を作ろうとしたの」と問い返すと「平行だと，錯角が等しくなるから」と着想の基になった考えが明確になった。

このような質問をほかのひき方をした着想に対しても行い，全体で着想の基になった考えを共有した。

第８時の凹四角形を扱った授業では，生徒間の対話の中で「平行線の同位角を使うために平行線をひけばよい」「三角形を作るために延長すればよい」などの発言があった。これらは，直観的に着想を得たのではなく，明確に着想を得ている姿であると考えられる。

着想の理由を問い，基になった考えを明確にすることで，自力で着想を得て，課題解決に取り組むことができる生徒の姿が見られるようになった。

(3)【手立て３】について

第４時の授業では，対頂角が等しくなる理由について，文字を用いて説明する場面を設定した。生徒は具体的な角の大きさを用いて，対頂角が等しくなることを調べた後，いつでも成り立つことを調べるために文字を用いて説明を記述した。個人で記述させた後，ペアになり互いの記述を比較する活動を行った。生徒Ａは「１直線は180°だから」と根拠を記述していた。一方，隣の生徒Ｂは「∠a＋∠b＝180°」と式で根拠を記述していた。生徒Ａはその表現のよさを感じ，自分の記述に生徒Ｂの表現を付け加えていた（**図６**）。生徒Ａは友達の表現と比較して，根拠を示す際に式という数学的な表現を用いると分かりやすいということに気が付いたものと考えられる。

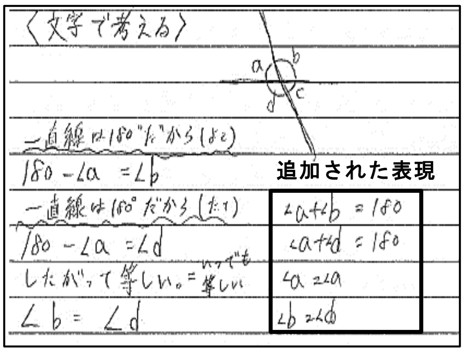


図６　式での表現を追加した記述

また，表現する際に，言葉で表現することが苦手な生徒も見られたため，図に根拠を書き加えて表現してもよいことを全体で確認した。その結果，文章で表現することが苦手な生徒も，図の中に根拠を書き加えながら表現することができた。全員が表現した後，互いに比較する活動を行った。

生徒Ｃは自他の表現を比較した後，自分の記述を改善した。生徒Ｃは最初２本の補助線を用いる考えを基に自

分の考えを表現していたが，補助線が１本で済む考えを知り，自分の表現を改善した。この生徒Ｃは，自他の表現を比較することで，ほかの図形の性質を根拠として用いる簡潔な考えに気付いたものと考えられる（**図７**）。

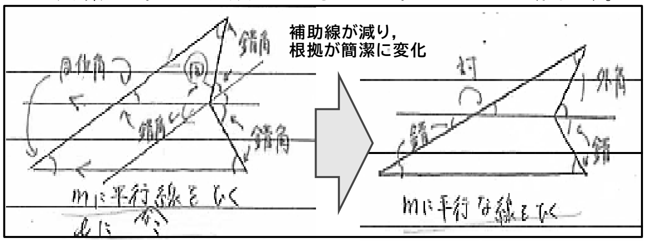


図７　簡潔な考えへと変化した記述

自他の表現を比較することで，新たな表現方法や，考えに気付き，自分の表現を改善する姿が見られた。

Ⅲ　研究のまとめ

１　研究の分析

(1)　事前事後テストから

実践前と実践後に解決までの道筋を構想できているかを測るテスト※１を行った。

生徒の解答を６段階に分類して採点を行った。実践前後を比較すると平均正答率が上がり，ｔ検定の結果，有意差が認められた（ｐ＜.05）。また，**図８**より全体として79％の生徒が課題解決の道筋を構想することができるようになった。特に，無回答の生徒の割合が34.4％から12.2％に減少した。

生徒の解答の分類	実践前	実践後	
最後まで根拠を明らかにして表現している。	13.1%	26.3%	構想ができている 36.1→79%
最後まで表現している。	3.3%	8.8%	
方向性を示し，途中まで表現している。	0.0%	15.8%	
方向性を正しく示すことができている。	19.7%	28.1%	
方向性を示したが間違っている。	29.5%	8.8%	構想ができていない 63.9→21%
無回答	34.4%	12.2%	

図８　事前・事後テストにおける解答の分類

※１　全国学力・学習状況調査を基に作成した問題。最初にどのように解決していくか記述させ，その後実際にその解決方法を用いて記述する問題

(2)「シート」の分析から

	「アイディア」	「きまり」
テストの得点	0.68	0.25
(0.2~0.4:弱い正の相関，0.4~0.7:正の相関，0.7~:強い正の相関)		

図９　テストの得点とシートの相関

上記のテストにおける生徒の得点と，実践を通して「シート」に記述された着想と基になった考えの個数についてそれぞれ相関を調べたところ，**図９**のようになった。得点と「アイディア」について，正の相関を示したことから，「シート」に記述された「アイディア」が多い生徒ほど，自力で課題解決の方法を記述できる傾向があることが分かる。このことから，着想を「シート」の「アイディア」に蓄積させることが自力で課題解決を行うことに効果的であったと考えられる。

一方で「シート」に記述された「きまり」とテストの得点は弱い正の相関を示した。そこで，テストにおいて得点が高かった生徒の「シート」を分析したところ，「三角形の内角の和は180°である」などの内容は記述していないことが分かった。これは生徒によって「大切だ」「必要だ」と感じる内容に差があり，得点が高かった生徒にとっては当たり前の内容であったため，記述しなかったと考えられる。

しかし，「アイディア」との間には正の相関を示したことから，記述した着想については，得点が高い生徒も「大切だ」「必要だ」と感じていたことが分かる。

(3)　生徒の記述から

実践最終時における生徒の記述について，自他の表現を比較する前後で考えが変化したかを調べた。結果は**図10**のようになった。ここでは「簡潔な考えを知ったが，変化がなかった」26％の生徒について述べる。この生徒は自他の表現を比較した後，ほかの簡潔な考えについてメモを残していた。しかし，それらの考えを取り入れ改善することをせず，最初と同じ考えで凹四角形の性質が成り立つ理由を記述した（**図11**）。これは自他の表現を比較することで，ほかの考えには気付いたものの，簡潔・明瞭・的確に表現されているなどのよさに気付くことはできなかったためと考えられる。

変化あり	53%	簡潔な考えに変化した。	42%
		難しい考えに変化した。	11%
変化なし	47%	最初から簡潔な考えであり変化がなかった。	21%
		簡潔な考えを知ったが，変化がなかった。	26%

図10　記述の変化の分類

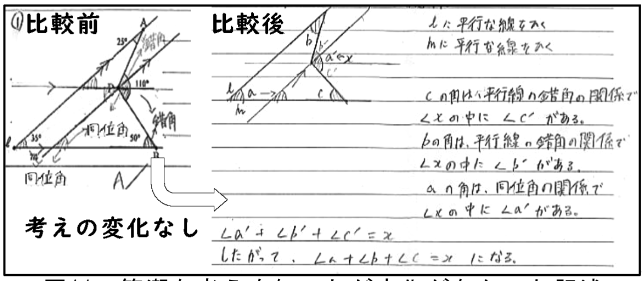


図11　簡潔な考えを知ったが変化がなかった記述

２　成果と課題

(1)　研究の成果

授業を通して，着想や基になった考えを明確にし，「シート」に蓄積させることで，解決の道筋を構想することができる生徒が増加した。それにより今まで無回答であった生徒も自分の考えを表現しようとするようになった。

(2)　課題と今後の見通し

構想したものを表現する力に課題が残った。これは自他の表現を比較することがほかの表現や考えに気付くだけになってしまったことが原因であると考える。そのため，比較する際に，簡潔・明瞭・的確に表現できるものはどれかなどと，比較する視点を与え，数学的な表現のよさに気付かせる授業を考えたい。