統合的・発展的に考察する力を育成する算数科・数学科授業の在り方（第一年次）

ー関数（変化と関係）領域における「系統表」を活用した単元・授業デザインを通してー

長期研究員　佐 藤　翔 英
長期研究員　齋 藤　真 実
長期研究員　門 馬　弘 一

《研究の要旨》

本研究は，算数科・数学科における，統合的・発展的に考察する力の育成を目指した。子供が既習の学びと新たな学びを結び付けられるような単元を構成するために，小中高の算数科・数学科の系統性を明確にするための「系統表」を作成した。授業では，算数・数学の問題発見・解決の過程で，統合的・発展的な考察につながる視点や考え方を働かせることを重視する局面を明確にした。その結果，子供が既習の学びを基にして新たな知識や概念を見いだしたり，新たな学びから既習の学びを捉え直したりする姿が見られ，統合的・発展的に考察する子供が増えた。

Ⅰ　研究の趣旨

学習指導要領解説算数編・数学編では，育成を目指す資質・能力である思考力，判断力，表現力等の一つに「統合的・発展的に考察する力」が示されている。算数科・数学科は学習内容の系統性が強い教科であるため，統合的・発展的に考察することで，数学を創り出すことができる。また，資質・能力を育成するためには，数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することと示されている。そこで，統合的・発展的に考察する力を育成するためには，数学的活動として捉える算数・数学の問題発見・解決の過程（**図１**）[※1]（以下，学習サイクル）における六つの局面で，統合的・発展的な考察につながる視点や考え方(以下,「統合・発展の芽」)を単元全体で働かせることが，重要だと考える。

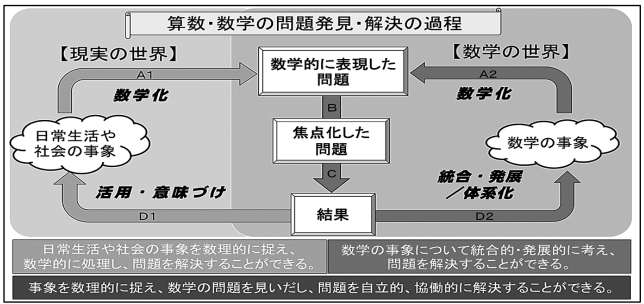

図１　算数・数学の問題発見・解決の過程のイメージ

これまでの自身の指導を振り返ると，統合的・発展的に考察する子供の具体的な姿を捉えることに難しさを感じていた。原因として，既習の学習内容や数学的な見方・考え方などのこれまでの学びから，数学をどのように創り出していくのかを十分に把握できていなかったこと，また，教師が一方的に問題や見通しを提示し，子供に問題解決させていたため，学習サイクルを子供が自立的に遂行できていなかったことが考えられる。

小学校では，平成31年度全国学力・学習状況調査における統合的・発展的に考察する力が求められる問題の本県正答率が29.2%であり，すべての問題の中で最も低かった。この力の育成が，小学校段階の課題であることが明らかになった。また，中学校では，令和４年度同調査における，１次関数の変化の割合を表から求める問題の本県正答率が全国より6.7ポイント下回った。関数の特徴を見いだし考察する際に，１次関数の関係を表，式，グラフなどを関連付けながら統合的・発展的に考えていくような授業改善が求められている。さらに，国際数学・理科教育動向調査（ＴＩＭＳＳ2019）では，算数・数学の楽しさや有用性に対する肯定的な生徒の割合が，小学校から中学校にかけて低下する傾向にある。統合的・発展的に考察することが，算数・数学の楽しさや有用性につながるものと捉えると，学習内容がより高度になる高等学校では，統合的・発展的に考察する力がさらに求められると推察できる。

以上のことから，本研究では，「統合的・発展的に考察する力」を「既習のものと新しく生み出したものに関連性を見いだしてまとめたり,考察の範囲を広げたりして，数学を創造する力」と定義し，その育成を目指す（**図２**）。そして，統合的・発展的に考えることができるように単元・授業をデザインし，統合的・発展的に考察する力を育成するための授業の在り方に迫る。

本研究は，算数科と数学科の円滑な接続の視点から，領域構成が見直された小学校「変化と関係」領域，中学校・高等学校「関数」領域に絞り進める。

※１　「事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決し,解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」といった算数・数学の問題発見・解決の過程（平成28年12月中央教育審議会答申）。以下のＡ１～Ｄ２が六つの局面とされている。Ａ１「日常生活や社会の問題を数理的に捉える局面」，Ａ２「数学の事象における問題を数学的に捉える局面」，Ｂ「数学を活用した問題解決に向けて，構想・見通しを立てる局面」，Ｃ「焦点化した問題を解決する局面」，Ｄ１「解決過程を振り返り，得られた結果を意味付けたり，活用したりする局面」，Ｄ２「解決過程を振り返るなどして概念を形成したり，体系化したりする局面」

既習のものと新しく生み出したものに
関連性を見いだして**まとめ**たり，
共通点　相違点　　意味　処理　方法　表現
考察の範囲を**広げ**たりして，**数学**を創造する力
適用範囲を広げる　条件を変える
特殊から一般へ　場面を変える
新たな知識　概念
原理・法則

図２　「統合的・発展的に考察する力」の定義

Ⅱ　研究仮説

関数（変化と関係）領域において，以下の手立てを講じながら単元・授業デザインをすれば，子供の統合的・発展的に考察する力を育成することができるであろう。

【手立て１】学びをつなげる統合的・発展的な考えに関わる「系統表」の作成

【手立て２】「系統表」を活用した単元・授業デザイン

① 子供の学びのつながりを踏まえた単元構成

② 重視する局面を明確にした授業計画

Ⅲ　研究の内容と実際

本研究では，関数（変化と関係）領域において，小中高で以下の手立てを講じる。

１ 【手立て１】学びをつなげる統合的・発展的な考えに関わる「系統表」の作成

まず，学習指導要領を基に，小中高の内容のつながりが見える「関数（変化と関係）領域における系統表」（**図３**）と，「統合・発展の芽」のつながりが見える「『統合・発展の芽』系統表」（**図４**）を作成する。

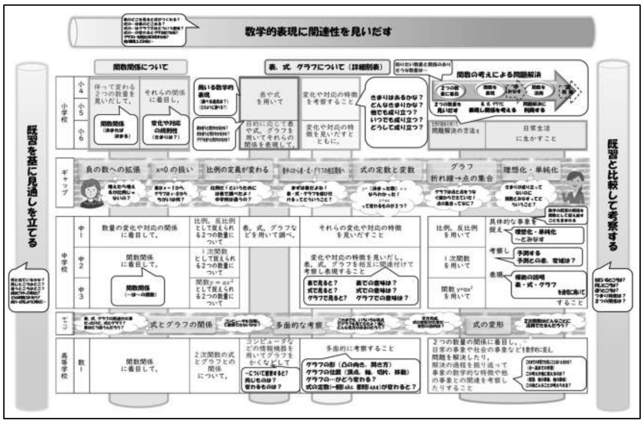

図３　関数（変化と関係）領域における系統表

「関数（変化と関係）領域における系統表」は，資質・能力の思考力，判断力，表現力等のつながりに焦点化して作成する。そうすることで，子供がどの学びを基に，どのように数学を創っていくかを，つまり，統合的・発展的に考察する子供の姿を，教師が広い視野で捉えることができる。作成時に重視したことは，小中高の学びのつながりを可視化したこと，「統合・発展の芽」を引き出すための子供の問いや教師の発問を示したことである。

「『統合・発展の芽』系統表」は，本領域の考察に用いる表，式，グラフという三つの数学的表現に焦点化して作成する。そうすることで，引き出したい「統合・発展の芽」が明確になり，学習サイクルで重視すべき局面が見えてくる。作成時に重視したことは，三つの数学的表現の特徴を明記したこと，本領域で引き出したい「統合・発展の芽」を印（🌱）で可視化したこと，小中高で指導する際の留意点を明記したことである。

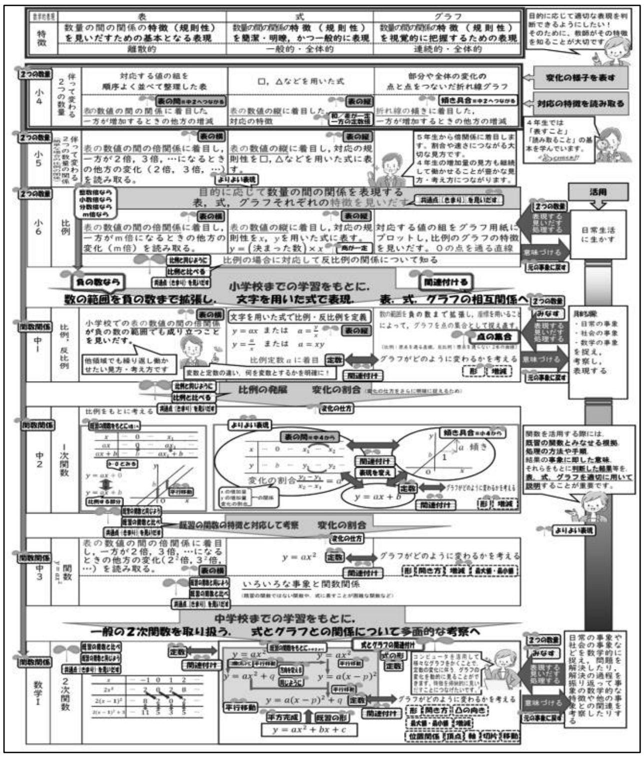

図４　「統合・発展の芽」系統表

二つの系統表から，学びのつながりが見えたため，単元を通して統合的・発展的に新たな関数の特徴を見いだし考察していく子供の姿が捉えることができ，単元構成を考える際に活用しやすくなった。また，「統合・発展の芽」のつながりやそれを引き出すための子供の問いや発問が示されているため,重視すべき局面がイメージでき，授業計画を考える際に活用しやすくなった。

２ 【手立て２】「系統表」を活用した単元・授業デザイン

(1) 子供の学びのつながりを踏まえた単元構成

図３から分かった学びのつながりを基に，子供の実態に合わせて単元を構成する。統合的・発展的に考察するためには，子供が学習サイクルを振り返ることが必要である。そのため，数時間単位のまとまり（以下，小単元）で学習サイクルを振り返り，学びを捉え直す時間を設定する。また，これまでの学びを想起したり，小単元の中で「統合・発展の芽」を繰り返し働かせたりすることができるようにする。そうすることで，単元を通して統合的・発展的に考察する力を育成できるようにする。

まず，**図３**を基に，本領域で目指す「統合的・発展的

に考察する姿」を考え，四つに分類した（**図５**）。

ア	**既習の学習と関連性を見いだす姿**
イ	**数学的表現の関連性を見いだす姿**
ウ	**問題解決の方法の共通点を見いだす姿**
エ	**考察の範囲を広げて考える姿**

図５　子供が統合的・発展的に考察する姿

図６　単元デザインと系統表のつながり

一つめの姿について，既習を基に見通しを立てることが**図６-ア①**から,既習の学習と比較して考察することが**図６-ア②**から分かる。新たな関数関係を見いだそうとするとき，着目した二つの数量の関係を表で表現したという既習の経験を振り返り，解決の見通しを立てていくような学習サイクル，そして，新たな関数関係を見いだしたとき，既習の関数関係と比較して考察していくような学習サイクルが想像できる。そのため,「ア既習の学習と関連性を見いだす姿」を，目指す一つめの姿とした。

二つめの姿について，**図６-イ①**から，小中高における三つの数学的表現の扱いの違いが分かる。小学校では，三つの数学的表現の用い方を学習する。中学校では，三つの数学的表現を関連付けて考察する。高等学校では，式とグラフの関係を多面的に考察する。これらの違いから，三つの数学的表現を独立しているものとして捉えた過程を振り返り，関連付けていくような学習サイクルが想像できる。そのため,「イ数学的表現の関連性を見いだす姿」を，目指す二つめの姿とした。

三つめの姿について，**図６-ウ①**から，一貫して関数関係にある二つの数量に着目することが分かる。このことは，**図６-ウ②**の関数の考えによる問題解決の方法※２にも関わっており，小中高で問題解決の方法が共通していることが分かる。このことから，未知の問題場面に出合ったとき，関数の考えによる問題解決の方法を用いて解決した過程を振り返り，解決方法の共通点を見いだすような学習サイクルが想像できる。そのため,「ウ問題解決の方法の共通点を見いだす姿」を，目指す三つめの姿とした。

四つめの姿について，関数の学びをつなげるためには，常に考察の範囲を広げて考える必要がある。例えば，中学校では，小学校で学習した比例の関係について，負の数まで適用範囲を広げて捉え直す。また，高等学校では，中学校で学習した２乗に比例する関数について，一般の２次関数へと広げて捉え直す。また，考察の範囲を広げて解決した過程を振り返ることで，共通点や相違点が見えてくることもある。そのため,「エ考察の範囲を広げて考える姿」を，目指す四つめの姿とした。実際の単元構成については，Ⅳ，Ⅴ，Ⅵの小中高における実践と考察で述べる。

※２　関数の考えによる問題解決とは，二つの数量に着目し，関係を表現し，その関係を活用して問題解決することである。

(2)　重視する局面を明確にした授業計画

図３，図４から分かる「統合・発展の芽」や，それを引き出すための子供の問いや教師の発問を基に,「統合・発展の芽」を引き出し働かせる局面，つまり，重視する局面を明確にする。そして，単元全体で,「統合・発展の芽」を繰り返し働かせることができるようにする。そうすることで，学習サイクルを振り返る時に，六つの局面で働かせた「統合・発展の芽」を手掛かりに，統合的・発展的に考察できるようにする。実際の授業計画については，Ⅳ，Ⅴ，Ⅵの小中高における実践と考察で述べる。

Ⅳ　小学校における実践と考察

研究対象	第５学年31名（１学級）
授業実践	「単位量あたりの大きさ」(11時間)
研究対象	第６学年19名（１学級）
授業実践	「比例と反比例」(15時間)

本稿では，６年生での実践を述べる。

１　児童の実態

７月に行った評価テストより，新たな問題を見いだすことができるが，解決方法の見通しをもつことに課題が見られた。新たな問題が既習の学習とどのようにつながっていて，どのように学習サイクルを遂行していけばよいのかが分からないためであると考える。そのため，本単元では，学習問題の分かっていることと分からないことを明確にしながら学習を進めていきたい。そうすることで，既習の学習を手掛かりにして解決方法の見通しをもって自ら学習サイクルを遂行でき，統合的・発展的に考察することができると考えた。

２　求める統合的・発展的に考察する姿

本単元では,「ア既習の学習と関連性を見いだす姿」と「ウ問題解決の方法の共通点を見いだす姿」を述べる。

アは，比例の意味を統合する姿である。具体的には，５年生までの比例の意味である,「一方が２倍，３倍，…になると，それに伴ってもう一方も２倍，３倍，…になる」ことを基に，数の範囲を広げ，x が小数倍，分数倍

になるときの y の変化を考察することで,「 x が□倍になると, y が□倍になる」と統合する姿である。ウは,関数の考えによる問題解決をする姿である。具体的には,ある問題を解決しようとするとき,初めに二つの数量に着目し,次に二つの数量の関係を表現し,最後にその関係を活用して問題解決する姿である。

図４から,中学校では負の数まで数の範囲を広げ,比例を捉え直すことが分かる。そのため,数の範囲を整数倍から小数倍,分数倍へ広げ,比例の意味を統合していく過程が重要であると考えた。また,関数の考えによる問題解決をすることは,扱う関数関係や数学的表現の扱いに違いがあるが,小中高で共通した解決方法であることが分かる。そのため,二つの数量に着目し,表現し,活用するという問題解決の過程を意識できるようにすることが重要であると考えた。

３　研究の実際

初めに,上記の統合的・発展的に考察する姿を目指すために,単元を四つの小単元で捉えた（**図７**）。

時	単元デザイン	授業デザイン〈統合・発展の芽〉	学習サイクルにおける六つの局面 A1	A2	B	C	D1	D2
1	小単元１ 二つの数量の関係の理解を深める（比例の意味を統合する）	二つの数量に着目，既習を基に考える	◎		○	○		
2		数の範囲を広げる，表の間に着目		○	◎			○
3		数の範囲を広げる，表の横に着目		○	○			◎
4	小単元２ 関係を表や式，グラフで表現する方法を理解する	表の縦に着目，数を変える			◎	○		
5		条件を変える，表の縦に着目				○		◎
6		表の縦に着目，数を変える			○	◎		
7		条件を変える，表の縦に着目			◎		○	
8		場面を変える，表の縦に着目		◎		○		
9	小単元３ 関数の考えによる問題解決をする	元の事象に戻す，比例とみなす	○			○	◎	
10		場面を変える	○				○	◎
11		条件を変える，場面を変える		○	○			○
12	小単元４ 比例と比較しながら反比例の意味を捉える	二つの数量に着目，表の横に着目	◎					○
13		数を変える		○				◎
14		表の縦に着目			◎			○
15		表の縦に着目，数を変える			◎			○

図７　「比例と反比例」の単元・授業デザイン

図６-ウ②を基に,関数の考えによる問題解決の過程に沿って,小中高共通の三つの小単元に分け構成した。小単元１では,「既習の学習と結び付けながら,二つの数量の関係の理解を深める」こと,小単元２では,「関数を表,式,グラフで表現する方法やそれらの相互関係を考える」こと,小単元３では,「関数の考えによる問題解決をする」ことを位置付けた。

小学校では,小単元１で,比例の意味を統合するために,既習の学習を基に,二つの数量の関係に着目し,整数倍から小数倍,分数倍へ数の範囲を広げて考える。小単元２で,着目した二つの数量の関係を調べるために,表や式,グラフで表現する方法を理解する。小単元３で,問題解決の方法の共通点を見いだすために,実際に関数の考えによる問題解決をする。さらに小学校は,反比例の学習も含んでいるため,小単元４で比例と比較しながら反比例の意味を捉えていくようにした。

次に,**図４**から引き出したい「統合・発展の芽」を読み取り,どの局面で引き出したり働かせたりするか,重視する局面を設定した（**図７**)。小中高で共通している「統合・発展の芽」と重視する局面について述べる。１時目で引き出したい「二つの数量に着目」という「統合・発展の芽」は,**図４**の一部を拡大した**図８**を見ると,小学校４年から働かせていることが分かる。またこれは,中高になると,「関数関係に着目」という「統合・発展の芽」として働かせることになる。つまり,領域や単元を貫いている芽であることが分かる。さらに,この芽を学習サイクルにおけるＡ１の局面で働かせることで,日常の事象を数学的に表現した問題にすることができる。すなわち,学習サイクルを遂行するためには,Ａ１の局面で「二つの数量に着目」という「統合・発展の芽」を働かせることが重要になる。これらを踏まえ,１時目のＡ１の局面を「○」で示した。また,「○」のうち,子供の実態を踏まえ,本時で特に重視する「統合・発展の芽」とそれを引き出したり働かせたりする局面を「◎」で示した。

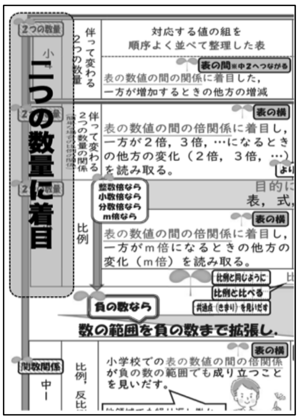

図８　「統合・発展の芽」系統表の活用

以下,小単元１と３について述べる。また,本文中の〈　〉は,**図４**から分かる「統合・発展の芽」を表す。

小単元１では,関数の考えによる問題解決で働かせる〈二つの数量に着目〉と,比例の意味を統合するために働かせる〈数の範囲を広げる〉を引き出す。１時目は,Ａ１の局面で,〈二つの数量に着目〉を引き出しながら,５年生で学習した比例の考えを想起する〈既習を基に考える〉ことを目指した。導入場面で二つの数量に着目することができるように,着目させたい二つの数量を隠した動画を視聴した（**図９**)。

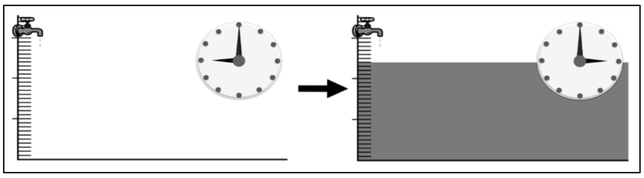
図９　二つの数量を隠した動画の一部

Ｔ　：どんな動画だった？
Ｃ１：水がたまっていく動画。
Ｔ　：そう,水がプールにたまっていく動画なんだけど,<u>この動画からどんなことが分かる？</u>
Ｃ２：もう１回見てみたい。

動画を再度視聴

Ｃ３：時計の針が動いていた。
Ｃ４：水がどんどんたまっていく。
Ｃ５：９時から10時まで動いた。
Ｃ６：**１時間に４㎝水がたまった。〈二つの数量に着目〉**

図10　〈二つの数量に着目〉を引き出したやり取り

図10の下線部のように,動画から分かることを問うこ

とで，関係がありそうな二つの数量である時間と水の高さに着目する姿〈二つの数量に着目〉が見られた。その後，120cm水がたまるまでにかかる時間を求めるために，着目した時間と水の高さを手掛かりに，変化の様子を表で表現した。児童は変化の特徴に着目し，時間が２倍，３倍，…になると，水の高さが２倍，３倍，…になっていること，つまり，５年生の比例の考えを想起して〈既習を基に考える〉問題解決することができた。

２，３時目では，Ｂの局面で，〈数の範囲を広げる〉と〈表の間に着目〉を引き出し，繰り返し働かせながら，比例の意味を統合していくことを目指した。

２時目は，比例の意味を，「x が0.5倍，2.5倍などになると，y も0.5倍，2.5倍などになる」のように，整数倍から小数倍へと広げる〈数の範囲を広げる〉ことを目指した。導入部分で，１分間に４cmずつプールに水を入れる場面を提示し，30cm水がたまるまでの時間を求めた。解決に困っている児童がいたため，「何が分からないの」と問うと，「７分で28cm，８分で32cm水がたまることは分かるけど，ちょうど30cmたまる時間は求めることができない」と分からないことを表出することができた。児童は，１分間で４cm水がたまったという分かること〈二つの数量に着目〉を手掛かりに，比例の考え〈既習を基に考える〉や小学４年で引き出した〈表の間に着目〉を働かせて，0.5分で２cmたまることを見いだして解決した（図11）。学習サイクルを振り返ると，x が7.5倍になると，y が7.5倍になっていること〈数の範囲を広げる〉に気付く姿が見られた。〈数の範囲を広げる〉を引き出したことで，比例の意味を広げることができた姿である。


図11　2時目の学習サイクルの一部

３時目は，比例の意味を，「x が$\frac{1}{2}$倍，$\frac{1}{3}$倍，…になると，y も$\frac{1}{2}$倍，$\frac{1}{3}$倍，…になる」のように，分数倍へと広げる〈数の範囲を広げる〉ことを目指した。図12-①は，８から12が1.5倍になっているため，2×1.5で x の値を求める〈既習を基に考える〉ことができた。しかし，図12-②は，12から20が1.66…倍になるため，正確な x の値を求めることができない。「何が分からないの」と問うと，「3×1.66…をどのように計算すればよいのか分からない」と分からないことを表出することができた。児童は，２時目の〈数の範囲を広げる〉を手掛かりに，「分数倍でもできそう」と解決方法の見通しをもった。そして，1.66…を$\frac{5}{3}$と表現し直し，$3\times\frac{5}{3}=5$ で x の値を求めることができた。３時目の振り返りシートには，「整数でも小数でも分数もできた」や「□倍ができる」と，比例の意味を「x が□倍になると，y も□倍になる」と統合した記述があった。

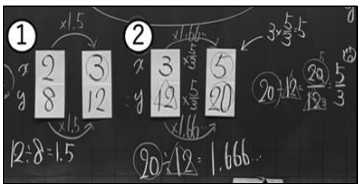
図12　3時目の学習サイクルの一部

次に，小単元３について述べる。小単元３では，図13の「統合・発展の芽」を手掛かりに学習サイクルを遂行すること，つまり，自ら関数の考えによる問題解決をすることを目指した。そのため，９時目のＣの局面で〈比例とみなす〉と，Ｄ１の局面で解決結果を〈元の事象に戻す〉を引き出す。そうすることで，10時目でこれまで働かせてきた〈二つの数量に着目〉，〈表の横や縦に着目〉，〈場面を変える〉も手掛かりに，自ら関数の考えによる問題解決をすることができると考えた。９時目では，写真用紙500枚の重さが1000g以内かを求める問題に取り組んだ。問題文から，枚数と重さの〈二つの数量に着目〉し，代表の児童が写真用紙の束の重さを電子ばかりを用いて測定した。そして，枚数と重さの関係を調べるために，二つの数量の関係を表で表現し，〈表の横や縦に着目〉して関係を見いだそうとした（図14）。

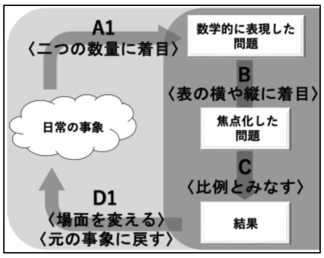

図13　学習サイクルと「統合・発展の芽」

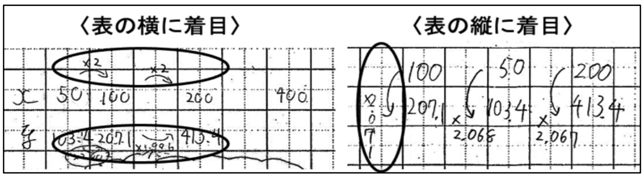

図14　これまでの「統合・発展の芽」を働かせている記述

Ｔ　：ｘが２倍になっているとき，重さｙは何倍になっていた？
Ｃ１：1.996倍だった。
Ｃ２：比例してないよね。
Ｃ３：枚数が50枚から100枚のときは，重さが2.002倍になっていたよ。
Ｃ４：やっぱり比例してないね。
Ｃ５：けど，どっちも**「おしい」**。
Ｔ　：何がおしいの？
Ｃ５：**もう少しで２倍になる。〈比例とみなす〉**
Ｔ　：２倍になると都合がいいの？
Ｃ６：２倍だったら比例の考えが使える。

図15　〈比例とみなす〉を引き出したやり取り

全体共有の場では，図15-Ｃ５の「おしい」という発言から，〈比例とみなす〉ことで，比例の考えを用いて問題解決できることを共有した。その後，写真用紙の重さを測定するときは誤差が生じてしまうことを共有したことで，〈元の事象に戻す〉を引き出すことができた。

10時目は，問題場面を変えて〈場面を変える〉，写真用紙１枚はラミネートできるかという問題に取り組んだ。0.4mmの厚さならラミネートできることを伝えると，「写

真用紙１枚の厚さは何㎜なのかな」とつぶやく児童が見られた。「何と何に注目したの」と事実を問い返すことで，枚数と厚さに着目〈二つの数量に着目〉する姿が見られた。その後，写真用紙１枚は定規で測定できないため，10枚や20枚の束の厚さを測定するという方法の見通しを共有し，各グループで測定した。すると児童は，枚数と厚さの関係を表で表現し，変化の特徴に着目〈表の横に着目〉して関係を見いだそうとした。９時目同様，厳密にみると比例の関係ではないことに気付くが，枚数が４倍になると，厚さが4.1倍になっていて「おしい」ということ〈比例とみなす〉，写真用紙の厚さを測定すると誤差が生じること〈元の事象に戻す〉に気付き，自ら比例の関係とみなして問題解決する姿が見られた。これは，これまで働かせた「統合・発展の芽」を手掛かりに，自ら関数の考えによる問題解決をする姿である。10時目の振り返りシートには，「xとy」や「表」，「昨日使った比例とみなして考えるってことが今日も使えた」という記述があり，９時目までに働かせた「統合・発展の芽」を基に，自ら関数の考えによる問題解決をする姿が見取れた。

４　研究の考察

(1) 評価テストより

平成31年度全国学力・学習状況調査小学校算数大問３を参考に，統合的・発展的に考察する力を測定する問題を作成し，実践前と実践後に評価テストを実施した。学年平均が，実践前が8.84点であったのに対し，実践後が15.83点であった。ｔ検定の結果，学年平均6.99点，有意に上昇した（$p < .05$）。

また，11時目に行った問題演習で，各問題を解決するために働かせた「統合・発展の芽」をすべて記述するように指示した。そして，記述された「統合・発展の芽」の数と統合的・発展的に考察する力の相関について分析すると，正の相関※3が確認できた。このことから，学習サイクルの六つの局面で，「統合・発展の芽」を引き出し，繰り返し働かせることが，「統合・発展の芽」を意識することにつながり，児童の統合的・発展的に考察する力を高めるために有効であったと考える。

※３　相関係数ｒ＝0.58。相関係数の目安として，0.20〜0.40：やや正の相関，0.40〜0.70：正の相関，0.70〜1.00：強い正の相関とした。

(2) レディネステストより

第４，５学年「伴って変わる二つの数量」に関するレディネステストを作成し，実践前と実践後に評価テストを実施した。学年平均が，実践前が13.50点であったのに対し，実践後が24.50点であった。ｔ検定の結果，学年平均11.00点，有意に上昇した（$p < .05$）。解答を分析すると，和が一定である二つの数量の関係を問う問題について，実践前は，「比例の関係ではない」と解答した児童が，実践後は，「xが１増えると，yは１減る」と解答した。〈既習を基に考える〉を働かせたことで，倍関係のみに着目するのではなく，間の関係である増加量にも着目するなど，これまで働かせた「統合・発展の芽」で表を考察し，変化の特徴を見いだすことができたと考える。

(3) 振り返りシートより

「統合・発展の芽」を視点に，児童が毎時間記入した振り返りシートの分析を行った。〈数を変える〉，〈条件を変える〉，〈場面を変える〉に焦点を絞ると，数や場面の「変え方」を具体的に記述した数は，約50％であった（図16）。

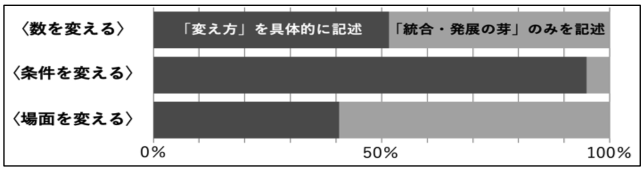

図16 数や条件，場面の「変え方」を具体的に記述した数の割合

つまり，〈数を変える〉，〈場面を変える〉という「統合・発展の芽」を働かせようとしても，どのように働かせればよいのかが分からない児童が半数程度いたことになる。〈条件を変える〉は，どのように条件を変えることができるかを繰り返し共有したこと，条件を変えることで新たな問題をつくれるというよさに気付いたことが影響し，具体的に記入できた児童が多かったと考える。これらから，「統合・発展の芽」を働かせるためには，どのように数や条件，場面を変えるか，つまり，「統合・発展の芽」を実際に働かせる場が必要であると考える（図17）。

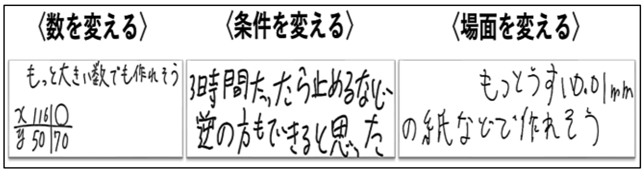

図17 「統合・発展の芽」を働かせている記述

５　成果と課題

(1) 研究の成果

二つの系統表を基に単元・授業デザインをしたことで，引き出したい「統合・発展の芽」を明確にすることができた。そして，単元全体で「統合・発展の芽」を引き出し，繰り返し働かせたことで，既習の学びと新たな学びのつながりを意識することができ，統合的・発展的に考察する力の育成につながった。また，「統合・発展の芽」を引き出し，繰り返し働かせたことは，第６学年「比例と反比例」の既習となる内容の定着にもつながった。

(2) 今後の課題

「統合・発展の芽」を引き出すことができたが，自ら働かせることができない児童が見られた。そのため，「統合・発展の芽」を働かせた過程を振り返る場を，単元の中に設定したい。どのように働かせて問題解決したか，また，

働かせなかった場合，問題解決できたのかなどを振り返ることで，「統合・発展の芽」の働かせ方や働かせることのよさを共有することができ，児童が統合的・発展的に考察することができるだろう。

Ⅴ　中学校における実践と考察

研究対象　第２学年91名（３学級） 授業実践　「１次関数」（14時間）

１　生徒の実態

発問に対する反応は活発で，中には数多く発言する生徒がいる。一方で，課題解決に向けて見通しをもったり，既習の学習と関連性を見いだして試行錯誤したりすることに課題がある。実践前に実施したレディネステストの結果では，比例の表，式，グラフそれぞれの特徴を知っていても，それらを関連付けた理解が不十分であった。よって，数学的表現の関連性を見いだす学習サイクルを遂行させたい。また，１次関数の学習の基となる比例の学習を想起したり，１次関数の学習を踏まえて比例を振り返ったりする場を設定する必要がある。その際，教師と生徒，生徒同士の対話を通して，既習と関連付けた問いを引き出し，解決の見通しをもたせるなど，生徒自身が自力で学習サイクルを遂行できるようにしたい。

２　求める統合的・発展的に考察する姿

系統表から，表，式，グラフを相互に関連付けて考察することが，その後の関数の学習の基盤となることや，式の定数に着目する見方が高等学校につながることが分かる。さらに生徒の実態を踏まえ，本単元では特に，「ア既習の学習と関連性を見いだす姿」，「イ数学的表現の関連性を見いだす姿」を目指す。具体的には「比例の学習を基にして，１次関数として捉えられる二つの数量の変化や対応の特徴を，日常の事象や，表，式，グラフを相互に関連付けて考察する姿」である。１次関数の特徴を，日常の事象や，表，式，グラフという三つの数学的表現で説明できるようにすることが，１次関数の理解を深めることにつながると考えた。

３　研究の実際

上記の姿を目指すために，単元を三つの小単元で捉え，小学校と同様に，重視する局面を設定した（図18）。

小単元１では，比例の学習を想起しながら，単元を通して働かせる「統合・発展の芽」である〈比例をもとにする〉，〈 a， bに着目〉を引き出す。小単元２では，その芽を繰り返し働かせながら，１次関数における表，式，グラフの相互関係を統合的・発展的に考察する。小単元３では，それらを活用して，日常の事象における問題を解決し，問題解決の方法の共通点を見いだす。

以下，小単元１と小単元２について述べる。

時	単元デザイン	授業デザイン〈統合・発展の芽〉	学習サイクルにおける六つの局面 A1	A2	B	C	D1	D2
1	小単元１ １次関数として捉えられる二つの数量の関係の理解を深める 比例をもとにする a，bに着目	二つの数量に着目　一定の割合　もとの量 条件を変える　比例と同じように	◎		○		○	
2		条件を変える　比例と比べる　共通点を見いだす	○					○
3		条件を変える　場面を変える 共通点を見いだす　a，bに着目	○			○		◎
4	小単元２ 表，式，グラフの表現の相互関係を考える	条件を変える 共通点を見いだす　aに着目				◎		○
5		条件を変える 共通点を見いだす　aに着目				○		◎
6		比例と同じように　比例と比べる　bに着目			◎			○
7		共通点を見いだす　aに着目		○	○	○		◎
8		共通点を見いだす　a，bに着目				○		◎
8		視点を変える　表現を変える　a，bに着目						◎
9		視点を変える　表現を変える　a，bに着目		○				○
10		条件を変える　既習と比べる　表現を変える		○	○			○
11		条件を変える　既習と比べる　表現を変える		○	○			○
12		共通点を見いだす 条件を変える 表現を変える				◎		◎
13	小単元３ 関数の考えによる問題解決をする	理想化・単純化の考えによる問題解決 もとの事象に戻す	○				○	◎
14		関数の考えによる問題解決 よりよい方法を考える	○				◎	◎

図18　「１次関数」の単元・授業デザイン

小単元１では，単元を貫く「統合・発展の芽」を引き出した。１時目は，Ａ１の局面で，〈二つの数量に着目〉し，比例を想起させた。そして，Ｄ２の局面で問題の〈条件を変える〉ことで，比例と１次関数，さらには小単元２で表，式，グラフを関連付ける着眼点となる〈一定の割合〉や〈もとの量〉を引き出した（図19）。

空のプールに１時間あたりに10cmの割合で水を入れるとき，満水になる時間を求める問題を解決した後のやり取り

Ｔ　：**問題の一部分を変えたい**。どう変える？　**〈条件を変える〉**
Ｃ１：水を入れない。抜く？
Ｃ２：プールの深さを変える。
Ｃ３：一定の割合を変える。
Ｔ　：一定の割合を変えるとはどういうこと？
Ｃ３：１時間に入れる水の量を変える。
Ｔ　：**一定の割合は変えたくない**んだ。**同じように**水を入れたい。
〈一定の割合〉
Ｔ　：プールの**最初の状態**を変えられる？　**〈もとの量〉**
Ｃ４：最初水が半分くらい入ってるプールにする。
Ｔ　：では，はじめ50cmの深さのところまで水が入ったプールなら満水になる時間を**同じように考えられるかな？**
Ｃ５：できる。表とか式にすればわかると思う。**〈比例と同じように〉**

図19　単元を貫く「統合・発展の芽」を引き出したやり取り

２時目は，Ｄ２の局面で〈条件を変え〉，関数関係を立式し，１次関数の式の特徴を考えさせた。段階的に問題の条件を変えることで，既習と新たな問題の共通点が明らかになった。さらに，式の意味や形の共通点を見いだし，自分の言葉でまとめることができた（図20）。

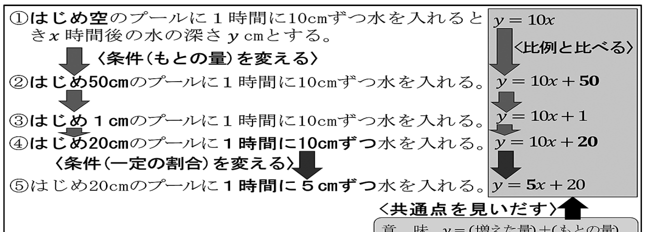

図20　Ｄ２の局面での問題の条件を変える過程

これは，教師が一方的に１次関数の定義を与えるのではなく，生徒自らが１次関数の意味を見いだした姿である。また，振り返りでは，「水が減る問題や温度の問題がつくれそう」といった次時につながる考えを記述するなど，連続して学習サイクルを回す姿が見られた（図21）。

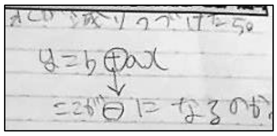

図21　生徒の振り返り

３時目には，この振り返りを基にＤ２の局面で〈場面を変えて〉問題をつくり，関数関係を式に表した。段階的に場面を変え立式する過程で，一定の割合で変化する様子は，単位量あたりの変化量として表現でき，式の a になることに気付いた（**図22**）。生徒は１次関数の式の求め方を「はじめの量と１あたりに注目し，$y=ax+b$ の a と b を考える」とまとめることができた。これは，日常の事象と式を関連付ける際に働かせる〈a，b に着目〉が表れた姿である。

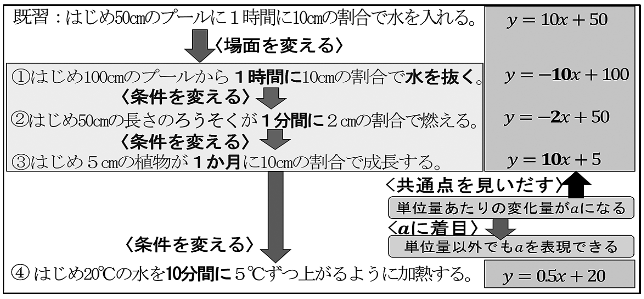

図22　Ｄ２の局面で問題の場面を変える過程

小単元２では，小単元１で引き出した〈比例と同じように〉，〈比例と比べる〉を働かせて１次関数の特徴を表，式，グラフのそれぞれで捉えた。さらに，小単元１で引き出した〈a，b に着目〉を働かせて，それらの表現の関連性を見いださせることを目指した。そのため，Ｄ２の局面で〈視点を変える〉，〈条件を変える〉を働かせて学習サイクルを連続させ，統合的・発展的に考察できるよう授業デザインを行った。

８時目，９時目では，Ｄ２の局面で〈視点を変える〉ことで，既習の表現と関連した問いをもたせた。８時目には，まず，これまで着目してきた a と b をそれぞれ生徒に色分けさせ，矢印で関連付けさせた（**図23**）。

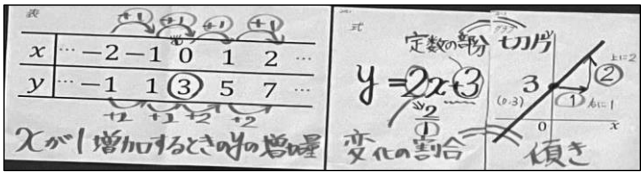

図23　表，式，グラフの関連付け

次に，「表から式はつくれるか」と問い，三つの数学的表現の間でできるようになったことを，「表から式」のような視点で整理させた。すると，「次は，式からグラフをかけるのではないか」という問いが生まれた。生徒は３時目から７時目までの学習を振り返り，〈a，b に着目〉し，〈表現を変え〉考えることで，切片を基に通る１点をとり，変化の割合を基にグラフの傾きを考え，直線をひくことで問題を解決した。９時目にも同様にして，Ｄ２の局面で〈視点を変える〉ことで，「式からグラフをかけるのではないか」という問いを生み，考察の範囲を広げ，統合的・発展的に考察する姿が見られた（**図24**）。

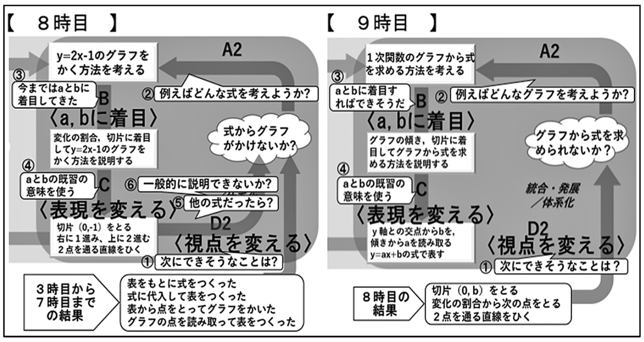

図24　〈視点を変える〉による学習サイクルの連続

10時目から12時目までは，９時目を基にして，Ｄ２の局面で〈条件を変える〉ことで，既習と関連する問いをもたせた。終わりにそれらの問題解決の過程を振り返り，１次関数の式を求めるのに必要な条件や求める方法を統合し，それを基に新たな問題をつくる姿を目指した。例えば，10時目では，切片が読み取れないグラフを提示し，既習の問題との違いを問うことで，生徒は前時の学習を振り返り，「切片が読み取れないグラフはどのようにすれば式を求められるのか」という問いをもった。Ａ２の局面では，〈既習と比べる〉ことで，切片以外の点が読み取れることに気付き，問題をつくった。Ｂの局面では，〈既習と比べる〉ことで解決の見通しをもち，Ｃの局面で〈表現を変え〉ながら問題を解決する姿が見られた。11時目も同様に問題の〈条件を変える〉ことで学習サイクルが連続し，生徒自らサイクルを回す姿が見られた（**図25**）。

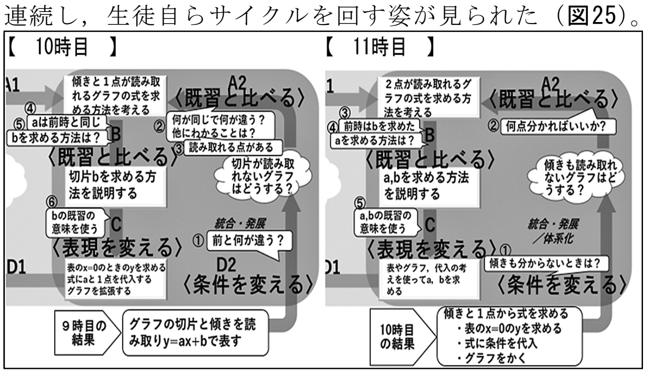

図25　〈条件を変える〉による学習サイクルの連続

11時目の「通る２点から１次関数の式を求める問題」の解決場面では，連立方程式を用いて形式的に処理をする方法以外に，グラフをかいて切片と傾きを読み取る方法，表による表現から変化の割合を求め，代入の考えを用いる方法，増加量の考えを用いて表の x の変域を０まで拡張し切片を読み取る方法など，既習と関連付けた多様な解決方法が見られた（**図26**）。

12時目には，９時目から11時目までを振り返り，「表，式，グラフの表現を使った二つの条件が必要で，その条件から a と b を求めればよい」と，１次関数の式を求めるのに必要な条件や求める方法を統合し，これを基に新たな問題をつくることができた。

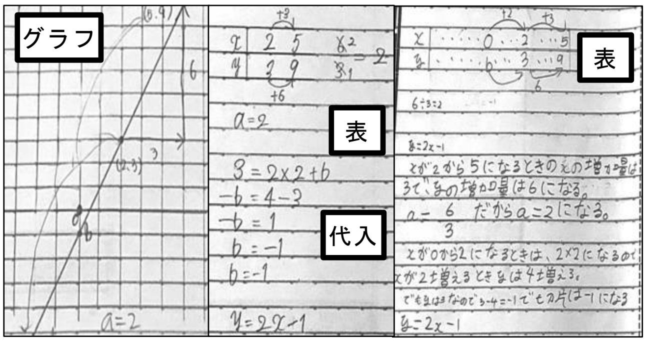

図26　既習と関連付けた多様な解決方法

4　研究の考察

(1) 評価テストより

過去の全国学力・学習状況調査から，日常の事象や，表，式，グラフという三つの数学的表現の相互関係を問う１次関数の問題を抜粋し，実践後に評価テストとして実施した。すべての問題で全国平均を上回る正答率であった（図27）。このことから，統合的・発展的に考察する力が高まったと考える。

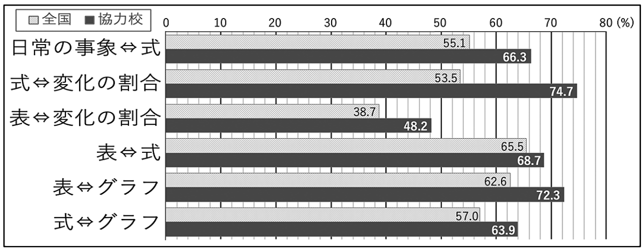

図27　事後テストの正答率

(2) レディネステストより

比例の学習に関するレディネステストを作成し，実践の前後に実施した。結果を比較すると，多くの問題の正答率が上昇した。特に，比例の関係の式に関する問題の正答率が大きく上昇した（図28）。この要因は，生徒が単元を通して繰り返し〈比例と同じように〉，〈比例と比べる〉といった「統合・発展の芽」を働かせながら学習サイクルを回したことであると推察される。「統合・発展の芽」を繰り返し働かせる単元構想が，生徒自ら既習の知識同士を何度も関連付けながら学び，深く理解することにつながったと考える。

問題	実践前	実践後
比例の関係を表に表す	85.7%	89.6%
比例の関係を式に表す	33.8%	75.3%
比例の関係をグラフに表す	75.3%	81.8%
比例であることを根拠を明らかにして判断する	81.5%	79.5%

図28　実践前・実践後のレディネスの変化

(3) 生徒が作成した問題より

小単元２の終末に，１次関数 $y=\frac{1}{3}x+2$ が答えになる問題の作成に取り組ませ，作成した問題の分析を行った（図29）。多くの生徒について，生徒Ａのように，既習を振り返りながら，少しずつ既習の条件を変えて問題をつくる姿が見られた。また，生徒Ｂ，Ｃ，Ｄのように，表，式，グラフの三つの数学的表現を言い換えて，これまでの条件をさらに発展させた新たな問題を生み出す姿も見られた。

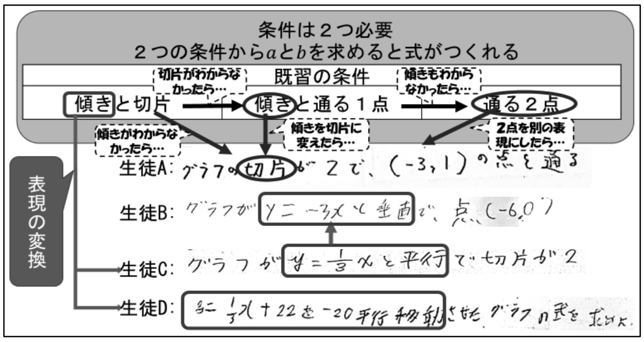

図29　「統合・発展の芽」を働かせ生徒が作成した問題

また，作問した問題数ごとの生徒数の割合は，１問30.1％，２問49.3％，３問20.5％であった。作問数が少ない生徒の問題を見ると，既習問題の条件の数値のみを変えた問題が54.5％を占めていた。一方，作問数が３問の生徒を見ると，既習問題を基に，表，式，グラフによる表現を変えた生徒が93.3％であった。表，式，グラフの表現の相互変換が柔軟にできる生徒ほど，新たな問題をつくることができるという傾向が明らかになった。本単元における日常の事象や，表，式，グラフという三つの数学的表現の相互関係を問いでつなぐ単元構成が，数学を創造する力を育成することにつながったと考える。

5　成果と課題

(1) 研究の成果

系統表から生徒の学びにつながる既習内容が明確になったため，生徒の実態に応じて，「統合・発展の芽」を確実に引き出すことができた。そして，生徒が，表，式，グラフの三つの数学的表現に関連性を見いだすような単元構成が，生徒自ら学習サイクルを回し，統合的・発展的に考察する姿につながった。さらに，単元を通して「統合・発展の芽」を何度も働かせたことで，既習と新たな学びの関連付けが繰り返し行われ，既習を深く理解することにつながった。

(2) 今後の課題

問題の条件を変える際に，何となく変化の割合や切片の数値を変えるなど，目的をもって「統合・発展の芽」を働かせる生徒は少なかった。一方で，「統合・発展の芽」を働かせ，既習の学習と関連付け学習サイクルを回そうとしたことで，数値を変えることをきっかけにして，帰納的に考察することにつながった。このことから，生徒が目的意識をもって学習サイクルを回し，統合的・発展的に考察できるよう，「統合・発展の芽」を働かせることのよさを共有する場を設定する必要がある。

Ⅵ　高等学校における実践と考察

研究対象	第１学年10名（１学級）
授業実践	「２次関数」（14時間）

１　生徒の実態

一定の手順に従って数学的に処理する姿は見られるが，目的や問いをもったり，数学のよさを感じたりして授業に臨んでいる生徒は少ない。レディネステストの結果では，関数を表，式，グラフで表現すること，それらを相互に関連付けて統合的・発展的に考察する力が不十分であった。そのため，既習内容を発展的に考察できるようにするため，生徒が分かっていることと分からないことを整理し,問いを生み出す場を設定する必要がある。そうすることで，生徒自身が学習サイクルを回し，統合的・発展的に考察することができると考えた。

２　求める統合的・発展的に考察する姿

本単元では，特に,「イ数学的表現の関連性を見いだす姿」，具体的には,「新たに見いだした２次関数のグラフの特徴や式とグラフとの関係について，表，式，グラフを相互に関連付けて，既習の $y=ax^2$ との共通点や相違点に着目し考察する姿」を目指した。

系統表を見ると，中学校段階から，関数の特徴を表，式，グラフを相互に関連付けて考察してきていることが読み取れる。そのため，関数の式とグラフとの関係に焦点が絞られていく高等学校の内容でも，表，式，グラフを相互に関連付けて考察することが大切であり，２次関数の理解を深めることにつながると考えた。

３　研究の実際

上記の姿を目指すために，中学校と同様に，単元を三つの小単元で捉え，重視する局面を設定した（**図30**）。

時	単元デザイン	授業デザイン〈統合・発展の芽〉	学習サイクルにおける六つの局面 A1	A2	B	C	D1	D2
1	小単元１	２つの量に着目，一定の割合に着目	◎		○		○	
2	２つの数量の関係の理解を深める	表の対応関係に着目，グラフの点に着目			◎	○		
3		グラフの点に着目，既習と比べる	○				◎	
4	小単元２	既習と比べる，式とグラフの関係に着目，数を変える			○	○		◎
5		条件を変える，点の移動に着目，式とグラフの関係に着目				◎		○
6		条件を変える，点の移動に着目，式とグラフの関係に着目		○		◎		○
7		頂点の移動に着目，点の移動に着目			◎	○		○
8	表，式，グラフの関係について，相互に関連付けて考察する	式の形に着目，点の移動に着目，条件を変える		○	◎			○
9		頂点に着目，式の形に着目，x の係数に着目			○	◎		○
10		x の係数に着目，式の形に着目		○	○			◎
11		頂点に着目，式の形に着目			○	○		◎
12	小単元３	増減やグラフの変化の特徴に着目		○	○			◎
13	関数の考えによる問題解決をする	増減やグラフの変化の特徴に着目，元の事象に戻す	○				◎	

図30　「２次関数」の単元・授業デザイン

小単元１では，２次関数の学習に必要な表，式，グラフの表現方法を想起するため，比例関係にある日常の事象の問題解決を行い,「統合・発展の芽」を引き出す。そして，２次関数と既習の１次関数とを比較し，２次関数のグラフの特徴や y の値の最大値は何になるのかという問いを引き出すことで，２次関数を学ぶ意義や目的を共有し，単元を貫く問いをもたせる。小単元２では，引き出した「統合・発展の芽」を繰り返し働かせながら，２次関数における式とグラフとの関係について，統合的・発展的に考察する姿を目指す。小単元３では，小単元１の２次関数の導入で行った日常の事象の問題解決を，これまでの「統合・発展の芽」を手掛かりにし，グラフを活用して，関数の考えによる問題解決を行う。

以下，小単元２について述べる。小単元２では，二つの姿を目指した。一つめは，既習の $y=ax^2$ の式やグラフを発展的に考察し，小単元１で想起した表，式，グラフの表現方法における〈表の対応関係に着目〉,〈グラフの点に着目〉,〈既習と比べる〉を働かせ，一般の２次関数の式とグラフとの関係やグラフの特徴を考察する姿である。二つめは，グラフの特徴を捉えるために引き出した〈頂点の移動に着目〉を働かせ,グラフをかくために $y=a(x-p)^2+q$ の形に変形することである。これは，一般の２次関数を包括的に扱えるように統合する姿である。

４時目は，Ｂの局面で，$y=-2x^2$ を表とグラフの表現方法により想起させた。３時目の２次関数の導入で扱った $y=-2x^2+8x$ のグラフと比較したことにより，２次関数の特徴を式とグラフで捉えるための〈グラフの位置に着目〉,〈グラフの形に着目〉,〈式とグラフの関係に着目〉,〈数を変える〉を引き出すことができた（**図31**）。

Ｔ　：$y=-2x^2$ と $y=-2x^2+8x$ のグラフはどんな関係？
Ｃ１：グラフを移動したら重なった。　**〈グラフの位置に着目〉**
Ｔ　：それはどういう関係？
Ｃ１：形が同じ。　**〈グラフの形に着目〉**
Ｔ　：何で形が同じなんだろう？
Ｃ１：a が－２で同じだから。
Ｔ　：a が－２ではなかったらグラフはどうなるだろう？いくつで考える？
Ｃ２：$a=1$　**〈数を変える〉**
Ｔ　：$y=x^2$ と $y=-2x^2$ のグラフからどんなことが分かる？
Ｃ３：向きと大きさ。　**〈グラフの形に着目〉**
Ｔ　：どういうこと？
Ｃ３：a がプラスだと上に開いて，a がマイナスだと下に開く。
　　a の値が大きいとグラフが狭くなる。　**〈式とグラフの関係に着目〉**
Ｔ　：ほかにはどんなことが分かる？
Ｃ３：原点(０，０)を通る放物線。
Ｔ　：違うところを探したら，同じところも見えてきたね。

図31　「統合・発展の芽」を引き出したやり取り

５時目は，$y=ax^2$ を基に，式の形を $y=ax^2+q$ へ〈条件を変える〉ときのグラフについて考察した。Ｃの局面で，$y=-2x^2+5$ について，表とグラフで表現し，$y=-2x^2$ のグラフと重なることを確認した後に,「$y=-2x^2$ のグラフをどう移動したものか」と問うた。すると，$y=-2x^2$ のグラフ上の〈点の移動に着目〉し，複数の点を y 軸方向に５だけ平行移動させて説明する姿が見られた。さらに,「ほかにどんな移動が考えられるかな」と問うと,〈式とグラフの関係に着目〉し，q の値を負の数に変えて，y 軸の負の方向への平行移動を，q とグラフの関係で考察する姿が見られた（**図32**）。

６時目は，５時目の学習を振り返り，$y=ax^2$ を基に，式の形を $y=a(x-p)^2$ へ〈条件を変える〉ときのグラフ

について考察した。$y=-2(x-1)^2$について，表とグラフで表現した後に，５時目で引き出した「統合・発展の芽」を働かせて，グラフ上の〈点の移動に着目〉し，複数の点をx軸方向に１だけ移動させて説明する姿が見られた。さらに，〈式とグラフの関係に着目〉し，pの値を負の数に変えて，x軸の負の方向への平行移動をpとグラフの関係で考察する姿も見られた。

$y=-2x^2+5$を表とグラフで表した後に，表の縦の関係「＋５」がグラフのどこに表れるのかを考察する場面

Ｔ　：表の＋５は$y=-2x^2$と$y=-2x^2+5$のグラフのどんな関係？
Ｃ１：５つ上がってる。
Ｔ　：上がってるって，どういうこと？
Ｃ１：点が５つ上がってる。　**〈点の移動に着目〉**
Ｔ　：黒板でどう上がったのか見せて。
Ｃ１：（点を上に５つ移動させる）
Ｔ　：点は何個移動すればいいの？
Ｃ２：無数。
Ｔ　：何で無数なの？
Ｃ２：グラフは点の集合だから。
Ｔ　：ほかにどんな移動が考えられるかな？
Ｃ２：qがマイナスの時に下に動く。　**〈式とグラフの関係に着目〉**

図32　「統合・発展の芽」を引き出したやり取り

７時目は，Ｂの局面で，「$y=-2(x-2)^2+8$のグラフは座標平面のどこに表れるか」と発問し予想させた。それにより，グラフの特徴について考察する際，式とグラフを関連付けて，これまで働かせてきた「統合・発展の芽」を手掛かりにし，〈頂点の移動に着目〉する姿が見られた。また，$y=-2(x-2)^2+8$のグラフは，$y=-2(x-2)^2$のグラフをy軸方向へ８だけ平行移動したものであると類推する姿が見られた（**図33**）。

Ｔ　：$y=-2(x-2)^2+8$のグラフは座標平面のどこに表れる？
Ｃ１：右上。
Ｔ　：なぜ右上だと思ったの？
Ｃ１：頂点が$(2,8)$だから。
Ｔ　：なぜ頂点が$(2,8)$なの？　**〈頂点の移動に着目〉**
Ｃ１：$y=-2(x-2)^2$の頂点が$(2,0)$で，これに８が加わったから。

図33　「統合・発展の芽」を引き出したやり取り

また，グラフをかく自力解決の場面で，生徒Ａは〈点の移動に着目〉し，$y=-2x^2$のグラフ上の点をx軸方向に２だけ平行移動させ，$y=-2(x-2)^2$のグラフをかいた後に，そのグラフ上の点をy軸方向に８だけ平行移動させ，グラフをかくことができた（**図34**）。つまり，既習の学習を振り返り，「統合・発展の芽」を手掛かりに，新たな２次関数$y=a(x-p)^2+q$の式とグラフとの関係や，グラフの特徴を見いだすことができた。８時目は，$y=(x-3)^2+2$を展開した式，つまり$y=x^2-6x+11$のグラフをかくために，Ｂの局面で，〈式の形に着目〉，

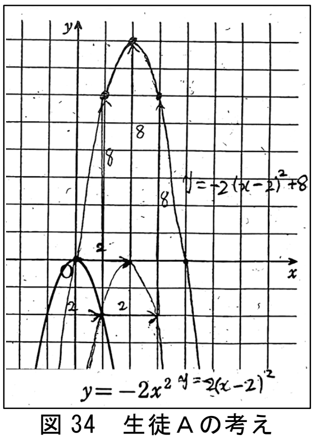

図 34　生徒Ａの考え

〈点の移動に着目〉を引き出し，平方完成の目的とその方法を見いださせた（**図35**）。

Ｔ　：$y=x^2-6x+11$も２次関数だからグラフはかけるかな？
Ｃ１：かけない。
Ｔ　：どうして？
Ｃ１：頂点が分からないから。　**〈頂点に着目〉**
Ｔ　：さっきは，何でグラフの頂点が分かったの？
Ｃ１：展開する前の式の$(\ \ )^2$の形だと分かる。　**〈式の形に着目〉**
Ｔ　：どうすればいいかな？
Ｃ１：元に戻す。
Ｔ　：どうやって？
Ｃ１：（部分的に）因数分解する。

図35　「統合・発展の芽」を引き出したやり取り

９時目は，２次関数のグラフをかくために，８時目に引き出された「統合・発展の芽」を自ら働かせて，平方完成して頂点の座標を求める姿が見られた。10時目は，Ｄ２の局面で，x^2の係数が１のときの平方完成で働かせた〈式の形に着目〉を手掛かりに，x^2の係数が１以外の場合へと考察の範囲を広げていた。$y=2x^2-12x+11$の平方完成では，生徒Ｂのように，〈xの係数に着目〉し，xの係数の半分の２乗を加えて引いている生徒がほとんどであった（**図36**）。そこで，「何に困っているの」と問うと，「括弧の２乗にできない」という気付きが生まれた。生徒は，〈x^2の係数に着目〉，〈頂点に着目〉し，x^2の係数が１ならば９時目と同じように平方完成ができることを手掛かりに，定数項以外の項をx^2の係数でくくり出したことで，考察の範囲を広げた場合の平方完成の方法を見いだす姿が見られた。11時目の２次関数のグラフをかく学習課題では，Ｂ，Ｃの局面で，〈頂点に着目〉，〈式の形に着目〉を何度も引き出した。そうしたことにより，Ｄ２の局面で，これまでの学習サイクルを振り返り，$y=ax^2$，$y=ax^2+q$，$y=a(x-p)^2$，$y=ax^2+bx+c$の場合においても$y=a(x-p)^2+q$の形に対応させて捉えることで，頂点の座標を求め，グラフをかくことができるという処理の方法をまとめようと，統合的・発展的に考察する姿が見られた（**図37**）。

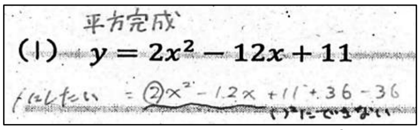

図36　生徒Ｂの平方完成の考え

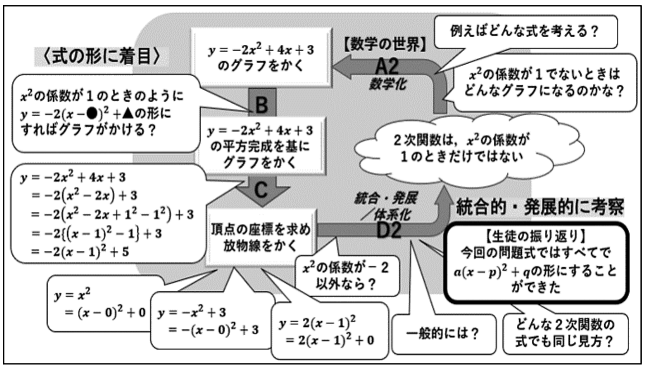

図37　学習サイクルと「統合・発展の芽」

４　研究の考察

(1) 評価テストより

平成27年度全国学力・学習状況調査中学校数学Ｂ大問２を参考に，数と式の領域における統合的・発展的に考察する力を測定する問題を作成した。実践の前後に評価テストを実施した（**図38**）。

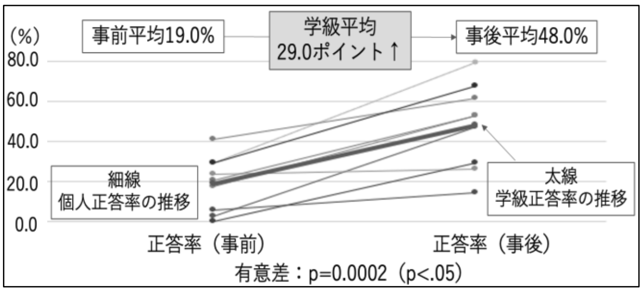

図38　統合的・発展的に考察する力の個別推移（ｎ＝９）

結果は，学級平均が29.0ポイント上昇し，t検定の結果，有意差が見られた（ｐ＜.05）。このことから，関数領域で育まれた統合的・発展的に考察する力が，他領域で汎用性のあるものとして発揮されたと考える。さらに，二つの事象に共通している性質を問う問題において，生徒Ｃの記述のように，結論のみの表現から，その前提と結論を明確にした表現へと変容した生徒の割合が55.0ポイント上昇した（**図39**）。これは，二つの事象の前提である〈連続する数の個数に着目〉し，連続する奇数個の自然数という共通点を見いだし，統合的・発展的に考察したからであると考える。

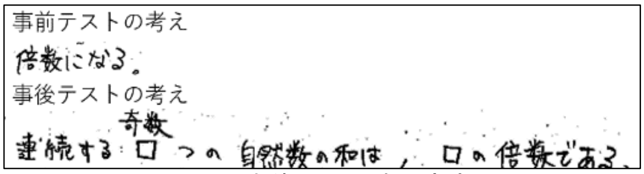

図39　生徒Ｃの記述の変容

(2) レディネステストより

中学校までの関数の学習に関するレディネステストを作成し，実践の前後に実施した（**図40**）。

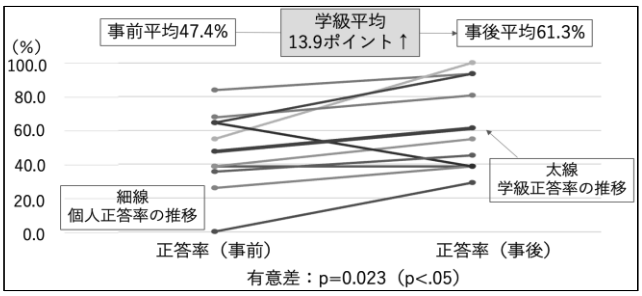

図40　既習の定着力の個別推移（ｎ＝10）

結果は，学級平均が13.9ポイント上昇し，t検定の結果，有意差が見られた（ｐ＜.05）。これは，一般の２次関数を，関数 $y = ax^2$ と関連付けて，統合的・発展的に考察するときに，表，式，グラフを相互に関連付ける学習サイクルを繰り返し遂行したからだと考えられる。つまり，統合的・発展的に考察することが，中学校の学びを捉え直し，レディネスを高めることにつながったと推察できる。なお，評価テストの統合的・発展的に考察する力とレディネステストの既習の定着力には，強い相関※4も確認できた。

※４　相関係数ｒ＝0.73。相関係数の目安として，0.20～0.40：やや正の相関，0.40～0.70：正の相関，0.70～1.00：強い正の相関とした。

５　成果と課題

(1) 研究の成果

系統表を活用した単元・授業デザインにより，引き出したい「統合・発展の芽」を学習サイクルの局面へ位置付けることができた。そうすることで，中学校で学んだ関数 $y = ax^2$ と一般の２次関数とのつながりが明確になり，単元や授業の導入で想起させる必要な既習や本時のねらい，学習課題を整理することにつながった。そのことが，目的をもって学習に向かい，生徒自身が「統合・発展の芽」を手掛かりに学習サイクルを回し，統合的・発展的に考察する姿につながったと考える。また，意図的に既習を想起させ，学習サイクルを何度も回す中で，「統合・発展の芽」を意識させたことが，既習の学びを捉え直すことやレディネスを高めることに有効であった。

(2) 今後の課題

これまでの学習を振り返り，問題の条件を変えて，事象を考察する姿が見られた。一方で，条件の変え方が「数を変える」だけにとどまっていた。このことから，新たな問いを生み出すことや新たな問題を考えることなど，発展的に考える場や生徒の考えを表出させる場を，単元の中に位置付ける必要がある。

Ⅶ　成果と課題

１　研究の成果

二つの系統表により，統合的・発展的に考察する姿や働かせる「統合・発展の芽」のつながりが明確になった。そのため，重視した局面で「統合・発展の芽」を引き出し，繰り返し働かせることができた。これらのことから，子供の統合的・発展的に考察する力を育成できた。また，既習となる内容の定着にもつながった。

２　今後の課題

「統合・発展の芽」を，子供が自ら働かせることに課題があった。これは，「統合・発展の芽」の働かせ方が分からなかったことが原因だと考えられる。そのため，「統合・発展の芽」をどのように働かせて問題解決したか，つまり，解決過程を振り返り，「統合・発展の芽」を働かせる目的を共有する場を設定する必要があると考える。