

# 「数学Ⅲ」において知の構造化を図る指導

—既習事項との関連性をとらえ、発展性を意識させる指導を通して—

長期研究員 佐藤 誠 一

## I 研究の趣旨

平成17年度高等学校教育課程実施状況調査(以下、教育課程調査)において、「既習事項の知識や考え方をを用いて課題を解決し、より発展した考え方を習得する態度が身に付いていない」という課題が明らかになった。

特に、「数学Ⅲ」の内容は既習事項との関連が複雑であり、構造化すべき知識を断片的にししか身に付けていないことが多い。それが、生徒の理解を妨げている要因の一つであり、基本事項の定着を困難にしている。

以上の点から、「数学Ⅲ」において、断片的な知識を構造的知識としてとらえさせる授業の実践により課題を解決できると考え、本主題を設定した。

## II 研究の概要

### 1 研究仮説

「数学Ⅲ」において、既習事項との関連性をとらえ、発展性を意識しながら問題を解決させる指導を実践すれば、知の構造化を図ることができるだろう。

【手立て1】 高校数学における指導の現状把握

【手立て2】 関連する既習事項と発展的な内容を意識し、知識を構造化させる指導の構築

### 2 研究の内容と実際

#### (1) 高校数学における指導の現状把握

高校数学の授業は、教師が問題の考え方や解き方を解説した後、生徒が練習問題を解いて正誤を確かめる形態が多い。特に、大学進学希望者が多い高校は、その傾向が顕著であると考えられる。そのため、「予習時に教科書の内容を理解し、授業において、教師の解説によって理解を補う」と考える生徒も多い。また、研究協力校のアンケート結果においても、教育課程調査と同様の課題を持つことが分かった。

#### (2) 関連する既習事項と発展的な内容を意識し、知

### 識を構造化させる指導の構築

#### ① 「問題構造シート」の活用について

生徒が既習事項と発展的な内容を意識しながら授業の予習ができるように、「問題構造シート」と名付けたプリントを作成した。問題の内容により既習事項活用型と公式蓄積型の二つに分類し、生徒に活用させた。

#### ア 既習事項活用型の問題について

既習事項活用型とは、各単元において基礎的な内容を学習した後に、それらの既習事項を活用して問題を解決する内容を指し、下記の(ア)から(ウ)の手順で生徒に予習させた。

授業では、教師が生徒の予習内容を踏まえて解説し、生徒の学習方法を「問題文と解答を理解するだけの学習」から「既習事項を最大限に活用して問題を考察し、応用問題においても考え方は基礎問題と同じであることに気付く学習」に変えた。

(ア) 教科書の応用例題等の問題を解くために、重要な言葉や式を「キーワード」として問題文から抜き出す。

(イ) キーワードに関連する既習事項を、数学Ⅰ・数学Ⅱ・数学Ⅲの教科書を調べて書き並べる。

(ウ) 教科書の例題等の問題に関連する発展・応用問題の問題文を参考書から抜き出させ、解説を読み、例題等の解決方法との類似点を確認する。また、教科書を終えた後の問題演習では、入試問題から類題を探して解かせることで、目標とする問題レベルと生徒自身の実力に差があることに気付かせ、課題を持たせる。

#### イ 公式蓄積型の問題について

公式蓄積型とは、各単元の導入において扱われる公式等の多くの知識を整理し、活用して問題を解決する内容を指し、予習では教科書の解答のほかに、既出の公式を用いて解決可能かどうかを確認させた。

授業では、前時までの考え方をを用いた解答を補足説明して問題構造シートにまとめさせ、多様な考え方に対応できる知識にした。

## ② 指導の重点化と順序について

教科書終了後の演習授業では、指導内容の重点化と指導順序を工夫して考え方をまとめた。

## (3) 授業の実践

数学Ⅲの「微分の応用」と「積分」において実践授業を行った。

### ① 既習事項活用型の問題について

不等式の証明や方程式の解の個数問題は、微分法の基礎を方程式や不等式に応用する問題であるため、既習事項活用型の方法で実践した。

不等式の証明問題は、「不等式の証明方法」をキーワードとして、既習の証明方法を調べることで考え方をまとめられる。予習では、証明方法をまとめず、不等式の性質を調べた生徒が多かったが、授業では証明方法の重要ポイントに気付かせた。

生徒が調べた発展問題について、その多くは基本問題を組合せて解決できることを、教師が授業で簡単に触れることで、発展的な内容の解決にも、基本的な考え方が重要であることを生徒に気付かせた。

無理関数や分数関数の定積分では、予習時の生徒のまとめ方は不十分であったが、授業ではそれぞれの類題を書き並べることで知識をまとめ、生徒の理解を深めた。

### ② 公式蓄積型の問題について

不定積分を求める問題は、公式が多いため公式蓄積型とした。予習では、既出の公式で解答できない生徒が多いため、教師が別解も含めた不定積分の解法を整理し、生徒に不定積分をまとめさせた。特に、置き換えを不定積分の基本の考え方として扱い、様々な問題に適用させた。

### ③ 指導の重点化と順序について

グラフを利用して解く問題では、グラフの凹凸や極限を求めなくても増減を調べれば解決できる問題もある。しかし、数学Ⅲの総合的な力を高めるためには、凹凸を含めたグラフの概形のかき方を身に付けることが欠かせない。そのため、教材の指導順序を変更し、グラフのかき方を指導した後に最大・最

小や方程式の解の個数問題を扱い、凹凸を調べてグラフをかかせる指導を実践し、グラフをかけるようにした。

## Ⅲ 研究のまとめ

### 1 成果

#### (1) 生徒の感想

「分かりにくい問題でも一つ一つ整理していくことで、解けるようになった。これからも意識したい」「以前に比べて、数学的な考え方はかなり身に付いた。しかし、まだまだ足りない」など、既習事項を用いて考えることの有用性に気付いた生徒や、数学Ⅲの学習意欲が高まり、自分の課題を把握した生徒が多く見られた。

#### (2) テスト結果

微分の応用についてのテストでは、他のクラスで正解者数が少なかった問題において、担当したクラスでは正解者数が多かった。また、無回答者数においては、他のクラスに比べて、人数や割合が少なかった。

不定積分と方程式の解の個数についてのテストでは、担当クラスと他のクラスを比較すると、②の方程式の解の個数の問題において、授業ではあまり時間を割いていないにもかかわらず、グラフのかき方に重点をおいて指導した結果、「ほぼ正解」の人数が多かった(図1)。

①不定積分		単位:人			0点
		正解	ほぼ正解	部分点	(無回答)
基礎	他のクラス(13人)	4	1	1	7(3)
	担当クラス(12人)	7	1		4(0)
②方程式の解の個数					0点
		正解	ほぼ正解	部分点	(無回答)
基礎	他のクラス(13人)			7	6(6)
	担当クラス(12人)		2	4	6(5)

図1 テスト結果

①の不定積分の問題においても、正解者数が多く、無回答者数は少なかった。

グラフをかく問題においては、授業の中で凹凸表を書くことに苦慮していた生徒が多かった。しかし、その後微分等を正しく計算できるようになった生徒は、概ね正しくグラフをかくことができた。

### 2 課題

生徒の取組みに個人差があった。実践の有効性を実感させる指導を工夫することで改善できると思われる。また、数学Ⅰや数学Ⅱなど、数学Ⅲ以外の科目の指導についても効果的な実践法を模索したい。