

「図形」領域における知識・技能の活用力を高める数学的活動の工夫（第一年次） —生徒が発想や考え方を共有する授業を通して—

長期研究員 高橋 勉

I 研究の趣旨

中学校新学習指導要領の完全実施を目前にし、本県の数学科教育において、身に付けた知識・技能を具体的な問題場面で活用したり、解決までの道筋を式や言葉を使って適切に説明したりする力の育成に課題があるとされた（『平成22年度全国学力・学習状況調査結果概要』福島県教育委員会 2011.7.30）。また、実際の授業で見える生徒の実態からも、授業の質的改善を図る上での方向性が見えてくる。

- 数学的な事象に興味や関心が低く、問題を自己の課題としてとらえていない生徒
- 既習の知識・技能を活用して問題を解決しているという実感がわからない生徒
- 発展的な問題に挑戦しようとする意欲が高まらない生徒

そこで、生徒が主体的に学び、実感を伴う授業を進めていけるようにするため、解決意欲を高め、発想や考えを引き出せる問題や教具の工夫などにより、授業改善をしていくものとする。さらには、分からないことやできないこと、分かったことやできたことを明確にするための練り合げの場を通し、発想や考え方を共有していくことが数学的活動の活性化につながり、活用力の向上が図れると考え、本研究主題を設定した。

II 研究の概要

1 研究仮説

「図形」領域における指導において、生徒の思考活動や表現活動の活性化を図る問題設定や教具の工夫を通して、発想や考え方を共有する場を保障した授業を展開すれば、生徒の数学を活用する力が向上するであろう。

2 研究の内容

(1) 思考活動や表現活動の活性化を図る問題設定や教具の工夫

① 数学的活動の活性化を図る問題設定

学習指導要領解説数学編には、「数学的活動とは、生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営みを意味している。」とあり、以下の三つを重要な活動として扱うものとしている。

- ア 数や図形の性質などを見いだす活動
- イ 数学を利用する活動
- ウ 数学的に説明し伝え合う活動

これらの活動を位置付けた単元構想を計画するためにも、問題設定は授業の核となる。

② 教具の工夫と活用

仮に学習目標を達成すべく有効な問題が設定されても、生徒が「やってみたい」「面白そうだ」「できそうだ」と感じなければ、思考活動や表現活動が活性化されることはない。そこで、工夫された教具を提示していくことが、より効果的に授業を進める重要な手立てになると考えた。また、教具の果たすべき役割について以下のようにとらえ、活用を意図した教具の自主開発に取り組む。

- ア 学習への興味・関心・意欲の向上を図る役割
- イ 視覚的な効果や操作により、問題をイメージ化する役割
- ウ 問題解決において、理解や思考の深まりを支援する役割
- エ 解決策の有効性を検証する役割
- オ 問題を関連付けたり、発展させたりする役割

(2) 発想や考え方を共有する場を保障した授業

① 多様な学習形態を生かした授業

一斉学習・グループ学習・ペア学習・個別学習など、学習内容や活動場面に応じた学習形態を取り入れていくことで、より効果的な学習をねらう。

② 数学揭示の工夫

授業における発想や考え方の共有の場として、教室掲示や学年掲示を工夫することは、学習内容の振り返りや本時の学習内容への活用にも期待できる。さらには、生徒の相互評価場面としても有効であり、学習意欲の向上にもつながると考える。

Ⅲ 研究の実際

1 研究の対象

研究協力校：中学校第2学年（5学級・148名）
 研究単元：第2学年「平行と合同」（16時間）
 検証授業：1学級（29名）で単元すべて及び全学級で2時間ずつの提案授業

2 授業の実際

(1) 数学的活動の活性化を図る問題設定

単元全体を見通した指導内容を考えるにあたって、生徒に何（ねらい）をできるようにするために、何（問題）をもって指導するのかを次の五つの視点で具体化した（図1）。

- ① 本時の目標
- ② 本時の学習で押さえない基礎・基本（図形の性質・用語・記号など）
- ③ 本時の問題（授業の核となる問題）
- ④ 本時の課題（主要問題から生まれる疑問）
- ⑤ 本時のまとめ

特に問題の作成にあたっては、基礎的・基本的な内容を踏まえた上で、問題の条件を変えたり、追加したりし、できるだけ連続性のある指導計画になるようにした。これにより生徒は、既習事項の振り返りをしながら、問題を発展的にとらえる思考の流れをつかむことができると考えた。また、課題については、問題から生まれる疑問として「～だろうか？」という問いの形で表現した。本時の授業における数学的活動が明確となり、指導方法や支援の手立てが立てやすく、生徒が主体的に学習するための授業づくりをすることができた。

【2学年】「5章 平行と合同」<全16時間>

種	学習内容（教科書P）	本時の目標	本時の学習活動を支える主要問題と学習課題	本時の学習で押さえない基礎・基本 学習のまとめ
1	1 平行線と角 (p.80～81) ① 鼎	③ 「三角形の角（内角）の和は180°である」ことを利用しているいろいろな多角形の角の和の求め方を考えることができる。	<p>【本時の主要問題】</p> <p>① 正六角形の角の和を求めよう。（どんな方法？）</p> <p>↓</p> <p>② どんな六角形の角の和も720°になるのだろうか？</p>	<p>◆ 三角形の角の和は180°</p> <p>◆ 一直線は180°</p> <p>◆ 1点の周りは360°</p> <p>◆ どの多角形も様々な方法で三角形に分けることができる。 多角形の角の和は「1つの頂点から対角線が引かれた場合」180°×（三角形の数）で求められる。</p>
2	1 平行線と角 (p.82～83) ① 多角形の内角と外角	<p>③ 表や図をもとに「n角形の角の和は180°×(n-2)である」ことを導くことができる。</p> <p>④ 「180°×(n-2)」を利用して、いろいろな問題を解くことができる。</p>	<p>【本時の主要問題】</p> <p>1つの頂点から出る対角線によって多角形をいくつかの三角形に分ける方法で角の和を求めよう。</p> <p>↓</p> <p>図をかかないで角の和を求められないだろうか？</p>	<p>◆ 外角</p> <p>◆ 内角</p> <p>◆ となり合う内外角の和は180°</p> <p>◆ 多角形の角の和は180°×(n-2)</p> <p>◆ n角形の角の和は180°×(n-2)で求められることができる。</p>
3	1 平行線と角 (p.84～85) ① 多角形の内角と外角	<p>③ 「n角形の角の和は360°である」ことを文字nを用いて導くことができる。</p> <p>④ 「多角形の角の和は360°である」ことを利用して、いろいろな問題を解くことができる。</p>	<p>【本時の主要問題】</p> <p>左の三角形の3つの外角の和を求めよう。</p> <p>↓</p> <p>どんな三角形の外角の和も360°になるのだろうか？</p>	<p>◆ 多角形の角の和は360°</p> <p>① n角形の内外角の和180°×n=180n</p> <p>② n角形の角の和180°×(n-2)</p> <p>③ ②よりn角形の角の和は360°である（外角の和は一定である）</p>
4	1 平行線と角 (p.86～87) ② 平行線と角	<p>③ 対頂角や同位角、錯角の意味について理解することができる。</p> <p>④ 対頂角の性質「対頂角は等しい」ことを筋道を立てて説明することができる。</p>	<p>【本時の主要問題】</p> <p>2直線を40°で交わらせるときにできた残りの角①～③を求めなさい。</p> <p>↓</p> <p>対頂角の大きさはいつでも等しいのだろうか？（∠a=∠c、∠b=∠dの説明）</p> <p><同位角と錯角については角の位置関係として教師が説明する></p>	<p>◆ 対頂角</p> <p>◆ 対頂角は等しい</p> <p>◆ 同位角</p> <p>◆ 錯角</p> <p>◆ 2直線が交わる時、向かい合う角を対頂角という。 ・対頂角は等しい</p> <p>◆ 同位角：「面をかいて」</p> <p>◆ 錯角：「またかいて」</p>

図1 「指導計画」の一部

(2) 教具の工夫と活用

問題が決定した後、生徒に学習のねらいを達成させるために、いかにして魅力的な問題（課題）を提示していくかが重要である。これには教具の果たすべき役割（前述「2 研究の内容」参照）が大きくかわってくる。これを踏まえ、教具を生かした授業の実践を以下に示す。

① 対頂角の教具

「対頂角は等しい」ことは、生徒にとって周知の事実（当たり前とする事柄）であり、この性質を根拠に基づいて筋道を立てて説明する必要感はなかなか生じてこない。ここでの指導は、単なる図形の性質の知識・理解としてではなく、説明の基礎としてとらえたい。対頂角の教具（図2）を提示したことで、生徒は二組の対頂角が関連して変化して

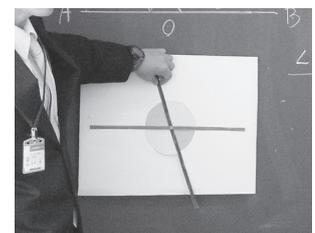


図2 対頂角の教具

いる様子が分かり、となり合う角の和が 180° であることを用いて対頂角の性質を説明することができた。

② ゴムひもを利用した教具（その1）

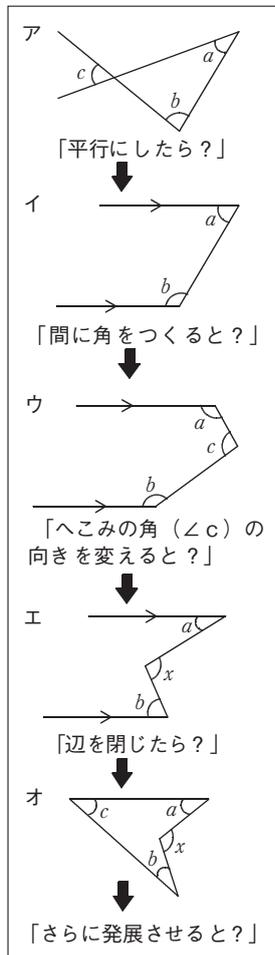


図3 連続的な問題

にとらえたりするなどの数学的な見方や考え方を伸ばすことができた。これらの活動を通し、既習の図形の性質を活用しようとする態度や新しい図形の性質を見いだそうとする意欲の向上にもつながった。

③ ゴムひもを利用した教具（その2）

星形五角形の導入で、各班に1本のゴムの輪を配付して五角形をつくらせた。(一人で一つの頂点を担当し、5人で図形をつくる。) その後、星形五角形を提示して「この形にすることはできないかな」という発問を投げかけた。「一筆書きで書けるかな?」では、それほど高まらない問題が、具体物を用いた操作活動を通して、1本のゴムの輪が星形五角形になる(図4)という意外性や、図形の面白さ・美しさを実感させながら課題「星形五角形の五つの先端の角の和は何度だろうか」に対する興味・

関心を高めることができた。また、「五角形」から「星形五角形」をつくる活動を授業の導入で行っていたことで、生徒に課題の連続性を意識させながら次のような課題を設定することができた。



図4 ゴムの輪から星形五角形をつくる

星形五角形の五つの先端の角の和が 180° であることを、星形五角形の内部に点Pをとって説明できないだろうか。

補助線を残して図を変形する教具(図5)を提示することで、生徒は五角形の内部に点をとって求める方法を活用しながら、課題解決に向かうことができる。すなわち、既習の内容と本時の学習との関連を図りながら課題を追究した。

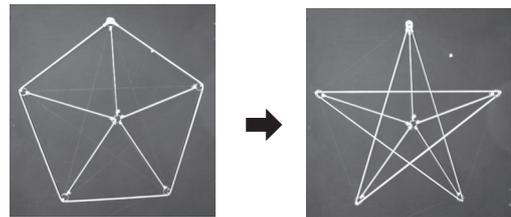


図5 補助線を残して五角形を星形五角形に変形する教具

④ ICTの活用

具体物(一般的な教具)を用いた学習のよさはだれもが認めるところであるが、それだけで問題をイメージしたり、考察したりするには限界がある。具体物の大きな欠点として、大きさや丈夫さの問題、動く・変形するなど複雑なものへの対応が困難、などがある。そこで、次のことを目的とするプレゼンテーションを作成し、授業の要所要所で提示したことは、生徒の思考活動の大きな支援となった(図6)。

- ア 図形の一部を強調
- イ 角の移動
- ウ 図形の重なり
- エ 思考過程の振り返り
- オ 授業のまとめ



図6 電子黒板の利用

(3) 発想や考え方を共有する場の工夫

① 付箋紙を利用した表現活動

図にどんな印や文字を与え、根拠は何か、式でどう表すか、そこから何が見えてくるのかを、順序立てて表現した結果が説明である。そこで、説明のための言葉や式を付箋紙に書かせることで、相手に何をどの順で説明するのかを明確にさせた(図7)。

付箋紙の順序を変えたり、追加したり、組み合わせたりすることで思考が整理され、話し合いや発表場面ではそれをもとに容易に説明することができた。



図7 付箋紙の利用

② 学習形態を生かした授業

班にこだわらず、共通の問題に取り組んでいた生徒同士が自由にペアを作って説明し合う活動を取り入れた。その結果、考えのまとまらない生徒は説明の上手な生徒の考えを参考にして説明したり、表現をより分かりやすくしたりしながら、考えを個から集団へと広げることができた。更に、全体の場で発表する際には、他の生徒の考えた図や式を読んで根拠となる図形の性質を説明する活動を通して、思考や表現を深めながら考えを共有することができた。

③ 数学レポートの作成・掲示

章末の発展学習

(星形五角形の五つの先端の角の和)

では、レポート作成(図8)までを一連の学習活動とした。時間内に自力解決できなかった生徒は、家庭でじっくり考えたことで理解できるようになり、自力解決できた生徒は、更に上位の課題に

数学レポートを書こう<家庭学習>

次の学習テーマから1つを選択し、レポートにまとめよう。

☆ 星形多角形について

テーマ1 (Lv1) 『星形五角形のまとめ』

テーマ2 (Lv2) 『星形六・七・八…角形に挑戦』

テーマ3 (Lv3) 『星形n角形に挑戦』

① レポートの書き方 [A4サイズ1枚(足りない場合は枚数を増やしてもよい)]

① テーマを選び、

- ・ 上のテーマ1～3から1つを選ぶ。
- ② 探検で学んだことをもとにして、調べたことを自分なりにまとめる。
- ・ 図をかく。(定規でまっすぐに線を引こう。)
- ・ 式や言葉(記号・文字など)をかく。
- ・ 色を正すときさらによい。
- ・ できるだけわかりやすくするようにしよう。(他の人から見てわかりやすいこと。)

③ 感想を書く。

- ・ レポートを書いて、あらためてわかったことや、納得したり感心したこと。
- ・ 最低でも3行程度は書くこと。

④ 提出期限…授業後1週間以内(提出順に掲示していきます)

担任 ○組○番 氏名 岳岡太郎

① テーマ

② 調べた内容

図・式・言葉を使ってわかりやすく書きましよう。

③ 感想

※ レポートの具体的な例は教科書に載っています。(参考にしながら自分なりにまとめましよう。)

図8 数学レポート(家庭学習)

挑戦したり、発展させて考えたりすることができた。また、レポートを掲示することで、互いの考えを共

有させたり、よさを認め合う相互評価の場にもなったりと、学習内容をより一層深めることができ、数学への興味・関心も高めることができた。

④ 数学掲示の充実

教室には「数学コーナー」、学年の廊下には「数学の広場」(図9)を作り、教室や廊下の掲示の充実を図った。学年掲示では、重要語句や図形の性質を問題形式にし、難易度別の問題も準備することで、見るだけの掲示でなく考える掲示をめざした。また、教室掲示では授業における振り返りができるように、前時の授業のまとめに用いたカードや生徒の発表を掲示し、生徒の思考活動を支援した。

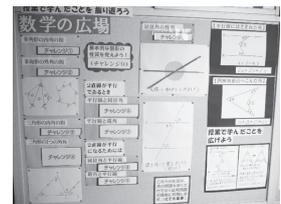


図9 学年掲示板(数学の広場)

IV 研究のまとめ

- (1) 単元構想の段階で、単元で扱う問題を分析・整理したことによって、連続性を大切にしたい指導計画を作成することができた。同時に、教具作製においても繰り返し授業に活用できるように工夫することもできた。今後は、評価計画を指導計画に組み入れることで、さらに具体的な形にしたい。
- (2) ICTの活用として、電子黒板や書画カメラを授業に用いたことで、プレゼンテーションによる効果的な支援や、生徒のノート等の明確な提示が可能となった。機器の準備に時間がかかるため、単元の中で計画的に位置付けるようにしたい。
- (3) 「数学的に説明し伝え合う活動」としての付箋紙の利用は、説明や話し合う内容が焦点化されたため、生徒の思考・表現を整理するのに効果があった。今後は、学習活動のどの場面で付箋紙を利用すべきか具体化した。
- (4) 数学レポートの作成は、生徒にとって初めての取り組みであるにもかかわらず、意欲的に作成し、内容も充実していた。レポート作成は生徒の数学を活用する力の向上に期待できる学習活動でもあるため、単元の中でのレポート作成の位置付けを明確にしながら、継続した実践をしていきたい。