

中学校数学科における「円周角」の指導の工夫 －数学的活動を通して－

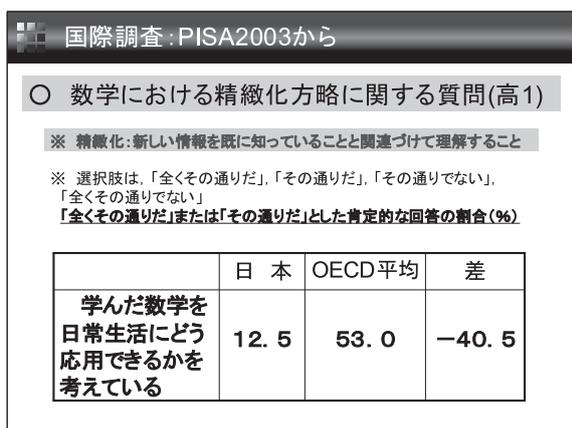
指導主事 大河原 久宗

I 研究の趣旨

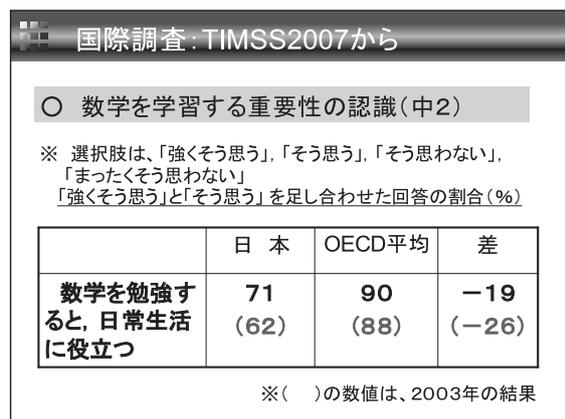
1 算数・数学科教育の現状

(1) 国際調査（PISA2003・TIMSS2007）結果から

PISA2003生徒の学習到達度調査では、生徒の学習方略についての質問として「学んだ数学を日常生活にどう応用できるかを考えている」をあげている。この質問に対して「全くその通りだ」、「その通りだ」と肯定的な回答が12.5%と低く、OECDの平均（53.0%）と比べて大きく低下している。



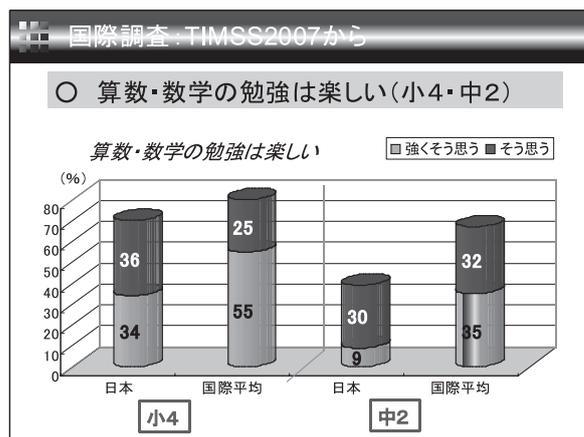
さらに、TIMSS2007国際数学・理科教育動向調査では、「数学を勉強をすると日常生活に役立つ」という質問を通して『数学を学習する重要性の認識』を調べている。「日常生活に役立つ」を肯定的にとらえている割合は、2003年調査より9ポイント高くなっているものの、71%という結果は国際平均（90%）を下回っている。



これらの結果から、今後は、学習内容をできるだけ実生活と関連させて扱うということが、これまで以上に必要になってくる。

また、「算数・数学の勉強は楽しい」の質問に対して、小学校4年生では、「強くそう思う」と答えた児童の割合は34%で国際平均より21ポイント下回っている。さらに中学校2年生では、「強くそう思う」と答えた生徒の割合は9%で国際平均より26ポイント下回っている。

(2) 全国学力・学習状況調査結果から

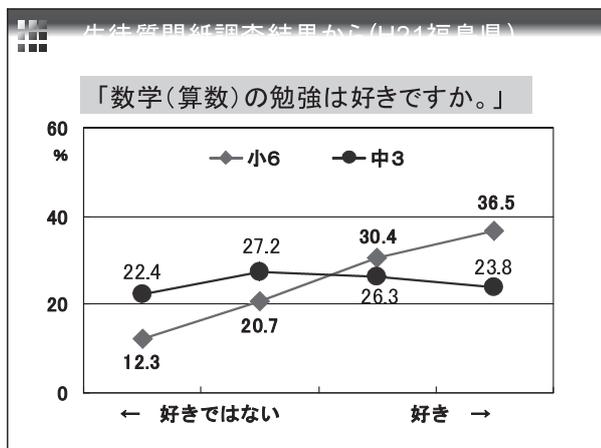


平成20年度全国学力・学習状況調査の結果を用いた追加分析結果が、平成20年12月15日の「全国学力・学習状況調査の分析・活用の推進に関する専門家検討会議」に報告され、公表された。

児童生徒の生活の諸側面等に関して、「学力に関係している要因は何か」が分析され、算数・数学科においては、小・中学校とも、算数・数学の勉強が「好き」であることがA問題（主として「知識」に関する問題）・B問題（主として「活用」に関する問題）とも関係が深かった。

小・中学校ともに学力との関係が深かった算数・数学の勉強が「好き」について、平成21年度の調査では、算数の勉強が好きな福島県の小学校6年生の割合は66.9%で、全国の割合（66.1%）より高く、数学の勉強が好きな福島県の中学校2年生の割合は

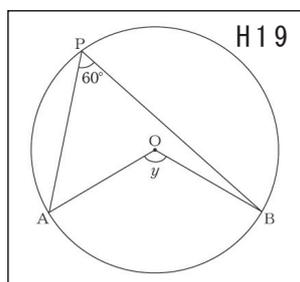
50.1%で、全国の割合（52.5%）より低かった。学年があがるにつれて、「算数・数学が好き」と回答する児童生徒の割合が低下している。



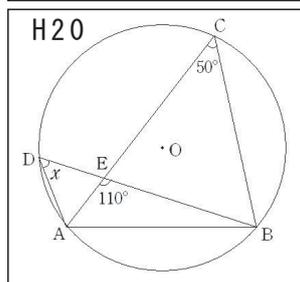
また、中学校3年生に対する「数学ができるようになりたいと思いますか」の質問に対して、92.5%の生徒ができるようになりたいと答えている。「もっとわかるようになりたい」、「もっとできるようになりたい」という思いや願いにこたえるのが、私たち教師のつとめである。そのために、まず、具体的な問題において生徒の学びの現状を見てみる。

平成19・20年度の2ケ年ともに、『円周角の定理』：「1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である」という性質を理解しているかどうかを見る問題が出題された。円周角の性質について理解することは、高等学校において学習する円の性質について理解したり、それを証明したりする際に必要である。

平成19年度の「円周角から中心角を求める問題」の正答率は、82.6%（全国85.4%）である。



平成20年度の「円周角の大きさは一定であることから円周角を求める問題」の正答率は、50.5%（全国59.6%）で全国との比較で最も正答率の差が大きかった。∠AEBの110度に惑わされるなど、半数の生徒が、「円



周角の定理：1つの弧に対する円周角の大きさは一定である」が十分に理解できていないことがわかる。

学習指導に当たっては、一つの弧に対する円周角の関係や、円周角と中心角の関係を、観察、操作や実験を通して見だし、それを確かめることで、円周角の定理について理解できるようにすることが大切である。

(3) 平成18年度ふくしまの学習意識に関する調査結果報告書(小3・小6・中2・高2で実施)から日頃の授業で、どれだけ体験的な活動の場が実践されているのだろうか。

平成18年7月に、小3・小6、中2、高2の児童生徒・保護者を対象に、児童生徒の学習に関する意識調査が実施された。「先生は、学校の授業でどんな工夫をしていますか」(複数回答可)では、小学生で「話し方や説明の仕方」、中学校で「プリントやワークシートの工夫(中2:60.6%)」が最も多く、校種が進むにつれ、「分かりやすい教材や実験・観察(中2:15.5%)」、「体験的な活動の場(中2:3.5%)」の割合が減少している。

この調査から、中学校数学科授業の諸問題が見えてくる。小学校では、算数の学習そのものが日常や身のまわりにある事柄を算数の舞台にのせてモデルをつくっていく活動であり、「児童も教師も算数をつくっていく」という意識が強い。これに対して、中学校数学科の授業は、教師が例・解答を示した後に問題を解く授業、授業のたどる道が既にできあがっているワークシートを使った授業などが多いことがうかがえる。

ふくしまの学習意識に関する調査									
○ 児童生徒の学習に関する意識									
・「先生は、学校の授業でどんな工夫をしていますか」(複数回答可)									
	話し方や説明の仕方	板書やノートの取り方	プリントやワークシート	分かりやすい教材や実験・観察	コース別学習	一人一人に応じた指導	体験的な活動の場	自分で考えて解決する時間	情報機器を活用
小3	51.4	22.8	23.7	14.7	2.9	8.0	8.4	23.9	4.6
小6	57.3	23.9	27.9	19.0	8.3	12.3	9.9	30.7	12.0
中2	47.6	42.5	60.6	15.5	4.3	10.2	3.5	25.3	7.5
高2	40.8	35.4	43.7	7.4	6.5	2.4	2.6	13.1	8.3

● 分かりやすい教材や実験・観察(中2):15.5%
● 体験的な活動の場(中2):3.5%

2 これからの数学授業（新学習指導要領から）

新学習指導要領における数学科の目標は、次のとおりである。

「数学的活動を通して、数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」

目標については、以下の3点から改善を図っている。（中学校学習指導要領解説 数学編：P6,7より）

① 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することができるようにすること

生徒が数学の学習に主体的に取り組むことができるようになるためには、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが大切であり、そのためには数学的活動を通して指導することが重要である。新たに「数学的活動を通して」及び「数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し」と示すことでこの点を明確にした。

② 事象を数理的に考察し表現する能力を高めること

事象を数理的に考察することは、日常生活や社会における事象と数学の世界における事象とを対象とするものである。それぞれの特性をとらえ、事象を数理的に考察する能力を高めるようにすることが必要である。事象を数理的に考察する過程やその成果についての認識は、表現することによって深められる。新たに「表現する能力を高めること」を示すことで、数や図形の性質などを的確に表したり、根拠を明らかにして筋道立てて説明したり、自分の思いや考えを伝え合い、それらを共有したり質的に高めたりすることが重要であることを明確にした。

③ 活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てること

数学を活用しようとする態度を育てることは、数学の学習に主体的に取り組むことにつながる。新たに

「活用して考えたり判断したりしようとする態度」と示すことで、数学を活用することの趣旨を明らかにし、生徒が数学を活用して考えたり判断したりする機会を設け、その必要性や有用性を実感を伴って理解できるようにすることが重要であることを明確にした。

以上のことから、平成22年度から第3学年「図形」の領域で指導される『円周角』において、数学的活動を生かした授業実践例を紹介する。

Ⅱ 研究の内容

1 数学的活動

(1) 数学的活動とは

新学習指導要領の算数・数学科の目標において強調されている「数学的活動」（小学校は算数的活動）について確認する。

まず、「数学的活動」とは、「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み」であり、この役割として、以下の3点が明らかにされている。

- ① 基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けることができる。
- ② 思考力、判断力、表現力等を高めることができる。
- ③ 数学を学ぶことの楽しさや意義を実感することができる。

（中学校学習指導要領解説 数学編：P4より）

また、小学校学習指導要領解説 算数編には、「算数的活動」を取り入れることによって、算数の授業を次のように改善できると述べられている。

- ① 児童の活動を中心とした主体的なものとする。
- ② 児童にとって楽しいものとする。
- ③ 児童にとって分かりやすいものとする。
- ④ 児童にとって感動のあるものとする。
- ⑤ 創造的、発展的なものとする。

- ⑥ 算数を日常生活や自然現象と結びついたものとする。
- ⑦ 算数と他教科、総合的な学習の時間等とを関連させる活動を構想しやすいものとする。

(小学校学習指導要領解説 算数編：P19より)

(2) 中学校の数学的活動

「数学にかかわりのある様々な営み」として中学校数学科において重視しているのは、下の表のA～ウの三つの活動であり、生徒の発達の段階や学習する数学の内容に配慮し、第1学年と第2・3学年の二つに分けて示されている。

中学校の数学的活動(三つに分類)		
	第1学年	第2・3学年
ア 数や図形の性質などを見いだす活動	既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだす活動	既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだし、 発展させる 活動
イ 数学を利用する活動	日常生活で、数学を利用する活動	日常生活や 社会 で、数学を利用する活動
ウ 数学的に説明し伝え合う活動	数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動	数学的な表現を用いて、 根拠を明らかにし筋道立てて 説明し伝え合う活動

(中学校学習指導要領解説 数学編：P33より)

【中学校第3学年の数学的活動の例】

ア 数や図形の性質などを見いだす活動

「A数と式」：速算術（簡便算）の仕組を明らかにし、新たな速算術とその仕組を考える活動。

例えば、「十の位が同じで一の位の数の和が10である2桁の自然数の積を暗算で計算する方法」（図1）。

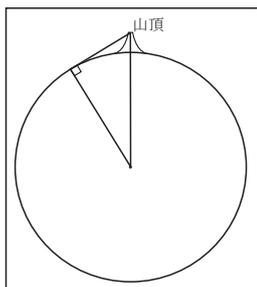
$$\begin{array}{r}
 74 \\
 \times 76 \\
 \hline
 5624 \\
 7 \times (7+1) \quad \uparrow \\
 4 \times 6 \quad \uparrow
 \end{array}$$

【図1】

イ 数学を利用する活動

「B図形」：三平方の定理を利用して、実測することが難しい距離などを求める活動。

例えば、高さの分かっている山の頂上から見渡すことができる距離を、三平方の定理や円の接線の性質などを基にして求める問題（図2）。

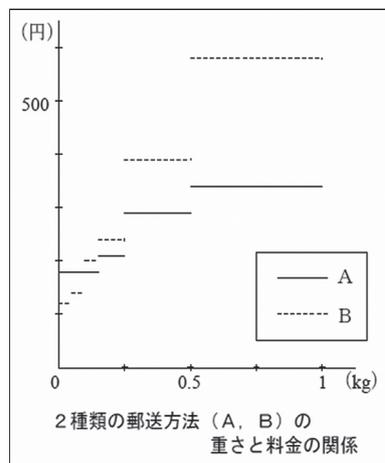


【図2】

ウ 数学的に説明し伝え合う活動

「C関数」：いろいろな事象の中にある関数関係を見だし、その変化や対応の特徴を説明する活動。

例えば、身の回りにある交通機関の料金や郵便物の料金（図3）を関数関係ととらえ、表やグラフに表し、その変化や対応の特徴を説明する問題。



【図3】

(中学校学習指導要領解説 数学編：P130～132より)

(3) 数学的活動の指導に当たっての配慮事項

配慮事項は以下の3点が示されている。

重要なことは、①や②にかかわる思いや取組みを、③を通して生徒間で共有し、今後の数学的活動に生かすことができるようにすることである。

① 数学的活動を楽しみ、数学を学習することの意義や必要性を実感すること

数学的活動を楽しめるようにするとともに、数学を学習することの意義や数学の必要性などを実感する機会を設けること。

② 見通しをもって数学的活動に取り組み、振り返ること

自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、実践し、その結果を評価・改善する機会を設けること。

③ 数学的活動の成果を共有すること

数学的活動の過程を振り返り、レポートにまとめ発表することなどを通して、その成果を共有する機会を設けること。

(中学校学習指導要領解説 数学編：P139, 140より)

2 数学的活動を生かした「円周角」の授業の事例

活動を通して数学を学ぶことを体験する機会を設け、その過程で様々な工夫、驚き、感動を味わい、数学を学ぶことの面白さ、考えることの楽しさを味わえるような「円周角」の授業を工夫したいと考えた。

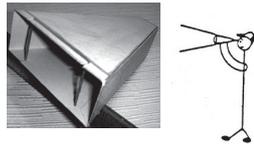
(1) 教材の開発（現実場面から始める授業）

生徒が学習意欲を高めて、主体的にその学習に取り組んでいくためには、題材や学習内容を生徒側からとらえて、それらを学習課題化する必要がある。

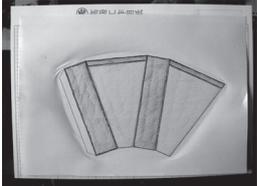
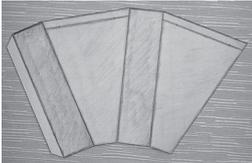
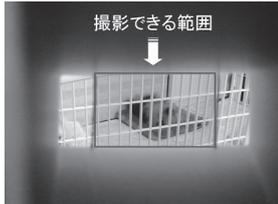
そこで、次のような「**模型カメラ**」を使った操作活動（体験的な活動）を通して、円に関する性質を、生徒自身が「楽しみながら」・「見つけだす」学習を計画した。

【「模型カメラ」】

円を、角の大きさに目をつけて見直すことができることを、実感させることがねらいである。



「模型カメラ」は、①～④の手順で簡単に作成できる。

<p>① 展開図を工作用紙に貼る。</p> 	<p>② 切り抜き、折り目を入れる。</p> 
<p>③ 組み立て後、上下の面の4箇所には切り込みを入れ、1本の輪ゴムを差し込む。</p> 	<p>④ 輪ゴムの幅が撮影できる範囲となる。</p> 

【「模型カメラ」の作り方】

(2) 円に関する性質を、生徒自身が「楽しみながら」・「見つけだす」授業について

① 「円周角」の学習指導計画例

生徒はこれまで、円を一つの点から一定の距離にある点の集合としてとらえており、「円をかく」といえばコンパスを連想するのが普通である。

つまり、円といえば定点から定距離という形でのみとらえられていた。ここでは、長さではなく角の大きさに目をつけて円を見直す。

※ 固定観念にとらわれず別の角度から見直すことができることが、数学的な見方や考え方を感得させる上で重要である。

項	時数	学 習 内 容
オリエンテーション	1	○観覧車に乗っている人が他のゴンドラの写真を撮るとき、写す方向によって写るゴンドラ数は変わるだろうか？ ○模型カメラの製作
円に関する性質の発見	2	○実験1:1点から円弧を覗く ○実験2:円周上で覗く ○実験3:円外、円内(中心)で覗く ○実験4:2本の支柱が範囲いっぱい写せる位置まで移動する ○実験の考察(映像を見ながら)
円周角の定理	2	○円周角の意味 ○円周角の定理の証明 ○円周角の定理の利用
円周角と弧	1	○円周角と弧の定理とその利用 ○直径と円周角の定理とその利用
円周角の定理の逆	1	○円を角を一定に保つ図形と見る(2点を固定して三角定規を動かす) ○円周角の定理の逆を導く ○定理の逆を使って4点が1つの円周上にあるかの判断 ○定理の逆を使って図形の性質の証明
円周角の定理の利用	2	○長方形を使って円の中心を求める方法の考察 ○円周角の定理を使って、円の接線を作図する方法の考察 ○舞台全体がぴったり入る場所を探す方法の考察

【「円周角」の学習指導計画例】

② オリエンテーション

オリエンテーション

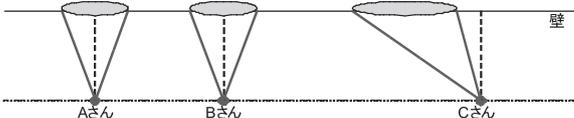
問題1
観覧車に乗っている人が、ほかのゴンドラの写真を撮るとき、写す方向によって写るゴンドラ数は変わるでしょうか？



【郡山市日和田町の観覧車】

模型カメラで撮影できる範囲

教室の壁から等距離にあるAさん、Bさん、Cさんが、模型カメラで壁を撮影します。



Aさん Bさん Cさん

問題1を解決するために、生徒が作成した「模型

カメラ」で覗きながら、「模型カメラ」の使い方とカメラで撮影できる範囲を確認する。

教室内で、まっすぐな壁から等距離にあるAさん、Bさん、Cさんが同じカメラで壁を撮影する。壁に向かって垂直な方向から撮影したAさん、Bさんは壁を撮影できる範囲は同じである。しかし、壁に向かって斜めに撮影したCさんは、Aさん、Bさんと撮影できる範囲は異なる。直線上では、覗く向きによって見える範囲が異なることが分かる。

③ 円に関する性質の発見

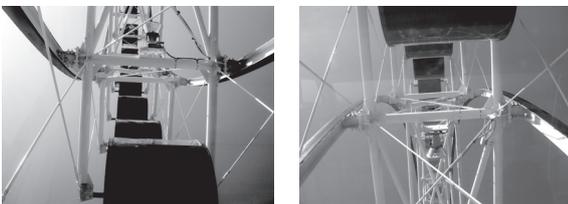
<資料1【実験の構造】61ページ参照>

【実験を行う際の留意事項】

- 発見したことを、図に表したり、自分の言葉で書く活動、他の生徒に説明し伝え合う活動を取り入れる。

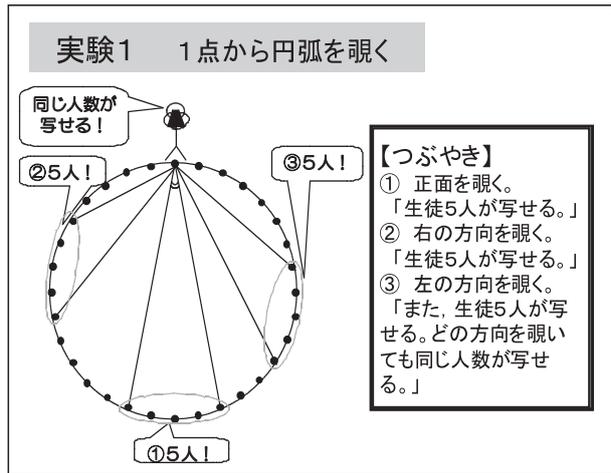
- ・ 数学的活動の過程では、何を考え、どのように感じているのか、自分自身と向き合わなければならない。自分自身の言葉で着想や思考を表現することにより、自分の考えを再認識することができる。
- ・ 説明し伝え合う活動における他者とのかわり方は、一人では気付かなかった新しい視点をもたらし、理由などを問われることは根拠を明らかにし、それに基づいて筋道立てて説明する必要性を生み出す。

(中学校学習指導要領解説 数学編：P29, 30より)



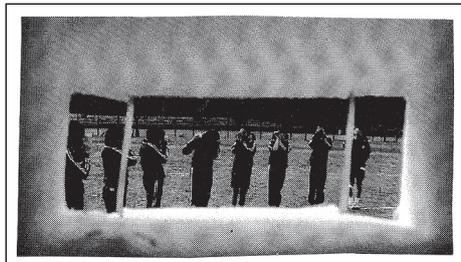
【観覧車のゴンドラから他のゴンドラの写真を撮る】

実験1 観覧車を円と見て、校庭に半径5mくらいの円を描く。ゴンドラは等間隔に並んでいるので、生徒は円周上に等間隔に並び、「模型カメラ」で覗く。

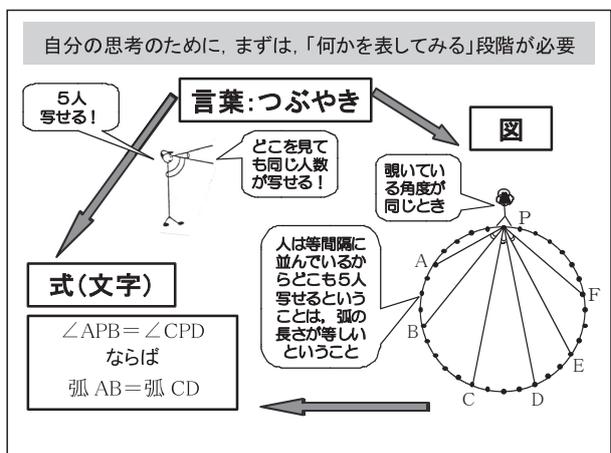


自分の思考のために、まずは、「何かを表してみる」段階が大事で、まとまらない未整理の思考を、「つぶやき」の段階で大切にすることが必要。子どもたちに自由に語らせることから始め、互いにつぶやき等を鑑賞することが大事なのではないか。

自分たちが学んでいる数学は、人類が少しずつ英知を出し合いながら長い年月をかけて築きあげてきたものであるという自覚を持ち、生徒自らが数学を生み出し、それを日常生活や社会の中で利用する術を考え出すことを可能にする授業を創造するために、互いにつぶやき、言葉、図、式などに表し、説明し伝え合いながら数学の授業を築き上げていくことが大切である。



【実験1：「模型カメラ」で覗いた様子】



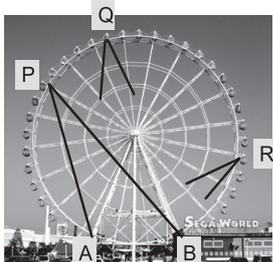
【実験1から分かること】

「円周角と弧」

定理 1つの円において

- ① 等しい円周角に対する弧は等しい。
- ② 等しい弧に対する円周角は等しい。

問題2 観覧車に乗っている人が、P地点で観覧車の2本の支柱A、Bの写真を撮ると、範囲いっぱい写った。ゴンドラの位置は変わっていくが、2本の支柱A、Bの写真を撮ることができるか。



P地点で写真を撮ると、2本の支柱が範囲いっぱい写る。観覧車は時計回りに回転している。乗っている人が、Q地点やR地点で写真を撮るとき、2本の支柱A、Bの写真を撮ることができるか？

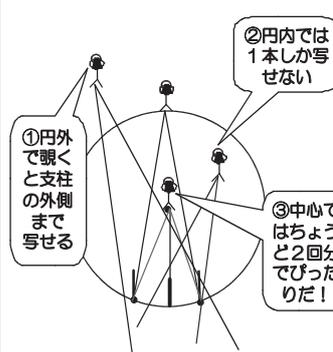
実験3 円周上（実験2）ではどこで覗いても

輪ゴムと支柱がぴったり重なった。

円周上でなければどう見えるのか。

円外、円内（中心）から覗き、実験2の見え方と比較する。

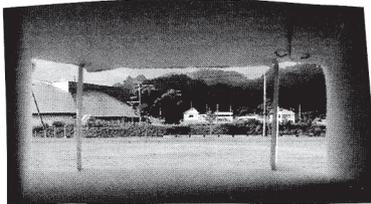
実験3 円外、円内（中心）から覗く



- 【つぶやき】
- ① 円外で覗く。「2本の支柱の外側まで写せる。」
 - ② 円内で覗く。「1本の支柱しか写せない。」
 - ③ 円の中心で覗く。「1回で写せる範囲にもう1本支柱を置く。2回分で輪ゴムとぴったり」

実験2 グループ（5・6人）ごとに円（半径

5～8 m程度）を描く。「模型カメラ」



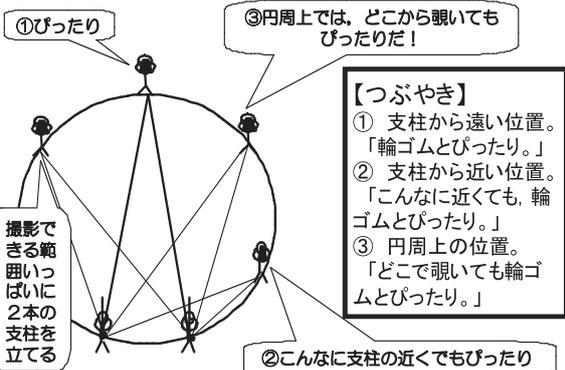
で撮影できる範囲（輪ゴム）に高跳び用の支柱を立て（高跳び用のバーを持つ）、円周上の様々な位置から2本の支柱を覗く。【実験2：輪ゴムと柱が重なっている様子】

【実験2・3から分かること】

「円周角の定理」

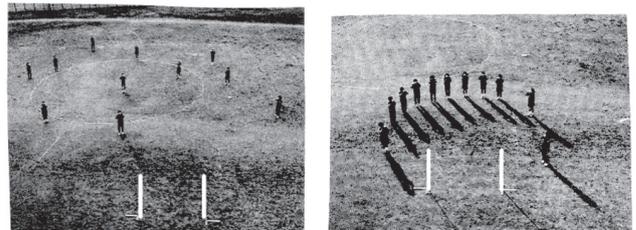
定理 1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。

実験2 円周上で覗く



実験4 生徒が校庭いっぱいに広がり、各自が

「模型カメラ」を覗きながら2本の支柱が範囲いっぱい写せる（輪ゴムと支柱が重なる）位置まで移動する。そのとき、人の集まりはどんな図形になるか。



【校舎の3階から撮影した実験4の様子】

実験4 2本の支柱が範囲いっぱい写せる(輪ゴムと支柱が重なる)位置まで移動するとき、人の集まりはどんな図形になるのか。

①どんな図形になるのかな

②円の形かな?

【つぶやき】
 ① 校庭に広がる。「どんな図形になるのかな。」
 ② 輪ゴムと支柱が重なる位置を見つける。「円の形かな?」

【実験3・4から分かること】

「円周角の定理の逆」

定理 4点A, B, P, Qについて, P, Qが直線ABの同じ側にあって,
 $\angle APB = \angle AQB$ ならば,
 この4点は1つの円周上にある。

次時以降には、全体で実験を振り返るとともに、帰納により予想した円の性質を演繹によって確かめる活動を取り入れる。

帰納や類推により予想したことを演繹によって確かめることは、内容の理解を深めるとともに、知識を関連付け、さらに体系化するのに役立つ。

④ 中学校数学のまとめとしての円周角の定理

数学的に推論することによって円周角と中心角の関係について考察し、円の性質の理解をより深めるとともに、円周角と中心角の関係を具体的な場面で活用することがねらいである。

円周角の定理の証明を、論証のまとめとして扱うようにし、学んだことを活用できるようにする。

円周角の大きさが一定であることは直接的に証明できないので、中心角を利用し間接比較することにより証明できることを生徒自身に気付かせながら、三つの場合分け<右上の図のような位置に点P, 点Q, 点Rがある場合>の必要性も理解できるように

する。

「円に関する定理の証明」

【数学的な推論(帰納, 類推, 演繹)】

帰納 特別な場合についての観察, 操作や実験の活動に基づいて, それらを含んだより一般的な結果を導き出す推論

帰納や類推によって導かれた事柄がいつでも正しいかどうかは, 演繹により確かめられる

演繹 前提となる命題から論理の規則に従って必然的な結論を導き出す推論

今まで知らなかったこと, 正しさに疑いがもたれるようなことを, 証明で明らかにできることを体験することが大切である。

(中学校学習指導要領解説 数学編:P120,121より)

円周角の定理の証明

三つの場合分けの必要性を理解できるようにする。

円周角は, 中心角の半分である。

$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$
 $\angle AQB = \frac{1}{2} \angle AOB$
 $\angle ARB = \frac{1}{2} \angle AOB$

円周角の大きさは一定である。
 $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB$

円周上ではどこから観いてもびったりだ!
 中心ではちょうど2回分びたりだ!

⑤ 数学を利用する活動

ア 日常生活で円周角と中心角の関係を利用する場面

数学を利用する活動

1 日常生活で円周角と中心角の関係を利用する場面

●長方形を使って円の中心を求めよう!

根拠は?
 半円(中心角 180°)の弧に対する円周角は 90° →弦=直径

2本の直径の交点=円の中心

円の中心を求めることは、見直しを立てて作図し、その作図が正しいことを、根拠を明らかにし、筋道を立てて説明するよい機会ともなる

(中学校学習指導要領解説 数学編:P122より)

例えば、長方形を使って円の中心を求める方法がある。長方形の直角の角を円周上の1点に置けば、

その角を作る2辺と円とが交わった2点を結んだ線分が、円の直径となる。この操作を円周上の他の1点に対してもう一度行えば、2本の直径の交点に分かり、円の中心を求めることができる。

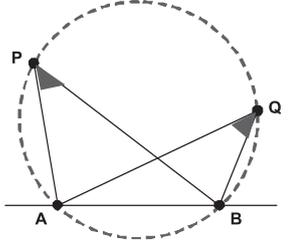
長方形ではなく、大工道具の「さしがね」を利用し、この仕組みを理解することも考えられる。

イ 円周角の定理の逆の定理を利用する場面

円周角の定理の逆の定理の利用として、現中学校2学年の教科書（東京書籍）の「数学のまど」の問題を取り上げる。

2 円周角の定理の逆の定理を利用する場面

「2点P, Qが直線ABの同じ側にあり、 $\angle APB = \angle AQB$ ならば、4点A, B, P, Qは一つの円周上にある。」という円周角の定理の逆については、それを活用することが大切である。



(中学校学習指導要領解説 数学編:P121より)

● ぴったり入る場所をさがそう！

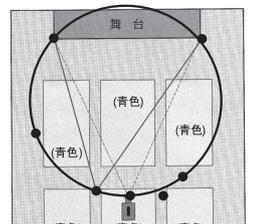
●ぴったり入る場所をさがそう！

合唱祭のようすを撮影するのに、体育館の舞台全体が入る位置にビデオカメラを設置しようと思います。

いま、右の図の位置なら舞台全体がぴったり入りますが、図の青く示した場所にはいすが置かれるため、設置できません。

ビデオカメラのズームは、右の図の場所に置くときと同じにして、舞台全体がぴったり入るようにするには、ビデオカメラをどの場所に設置すればよいでしょうか。

(教科書:東京書籍2年P144より...H17.2.3文部科学省検定)



- ・ 真横にずらした位置では少しずれてしまう。
- ・ 定理を利用すると、カメラと舞台の両端の3点を通る円を考える。
- ・ 円周上の位置であれば、舞台はぴったり入る。

Ⅲ 成果と今後の課題

1 成果

○ 「模型カメラ」を覗くという具体的・体験的な活動を通して、「円周上のどこに立っても2本の支柱がカメラの範囲いっぱいに見える」など、感動したり、驚きを感じたりして、容易に「円周角の定理」などの性質を「楽しみながら」・「見つけ出す」ことができる。

次に示すのは、以前務めていた中学校で実践した際、単元終了後に生徒が書いた感想である。

- ・ 体験しながら勉強するのは楽しく、とても分かりやすかった。円周角の大きさは一定で、円周角の2倍が中心角になることが分かった。また、クラス全員が模型カメラで2点を見て重なる場所に移動したら円になった。それで、2点から等しい角度にとった点の集合も円になることも分かった。
- ・ 円の授業をして本当によかったと思えることは、何と言ってもやっぱり実験のことだと思う。自分の目で確かめ、やってみると、普通の授業でやったよりも10倍位ちゃんと頭に入ったような気がする。
- ・ 校庭に出て「なるほど!」と思った。大きな円を使って身体で覚えた感じなので、円周角の問題を解くときには絶対にこの実験を思い出してしまうだろうと思う。
- ・ 教室の中で行う授業よりも意欲がわき、自分で「調べたい」と感じるような授業だった。紙と輪ゴムでできた(単純な作りの)『模型カメラ』で、あんなにたくさんのが発見できたことに驚いた。
- ・ グループを作って、グループの人たちというんなことを一生懸命考えたり、分からない人がいたら、グループの人たちが教えたりすることはとてもよいと思う。グループみんなが協力できたのでよかった。

【単元終了後の生徒の感想】

2 今後の課題

数学の学習で大切なことは、観察、操作や実験などの活動を通して事象に深くかかわる経験を経ること、そして、これを振り返って言葉としての数学で表現し、吟味を重ね、さらに洗練させていく活動である。

(中学校学習指導要領解説 数学編：P26より)

- 数学の学習を、「完成された理論を学ぶもの」ととらえるのではなく、「自分の考えを言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて考えたり、説明したり、互いに自分の考えを説明し表現し伝え合ったりしながら、自分たちの数学の世界をひろげていくもの」ととらえていく数学的活動を軸とした、中学校3年間の授業を考えていく必要がある。

現実場面から始める授業は、生徒たちの心を揺さぶり、互いに自分の考えを表現し伝え合うことは、自分の考えと比較するために友達の考えを素直に聞こうとする態度が養われるものと思われる。

学年の年間指導計画や単元の指導計画を作成する際には、導入場面で日常の場面と結び付けたり、学んだことを活用して日常の課題を解決したりしていく指導を計画し、自ら進んで学習に取り組む意欲を高めることを重視する必要がある。

現実世界の事象や問題に関わる教材を開発するには、まず、素材を見つけることから始める必要がある。数学の素材は、身の回りの至る所に見ることができるが、学習指導に有用な素材を見つけることは簡単なことではないので、教科書に掲載されている単元導入素材を参考にする。

	大阪書籍	啓林館
4. 関数	ジェットコースターと斜面を転がるボールの写真。 物が落ちる速さはどのように変わっていくのかな。 <新しい関数について学習しよう>	落下する時間と距離の関係は？ ピサの斜塔の絵。400年前、ガリレオが物体の落下運動について調べ、物体が落下し始めてからの時間と距離の関係を発見した。 <新しい関数について学んでいこう>
6. 三平方の定理	ピラミッドの写真。 エジプト人は、ピラミッドをつくるときに底面の正方形の直角をどのようにしてつくったのかな。 <直角三角形の3つの辺の間に成り立つ関係について学習しよう>	ピタゴラスの発見。 約2500年前、床の模様を見てすごい発見をした。 <ピタゴラスが発見した、直角三角形に関する定理について学んでいこう>

【単元導入の学習内容例】

※ その他の単元における各社の単元導入の学習内容については、資料2「中学校第3学年 6社の教科書の単元導入の学習内容一覧」(62ページ参照)に示す

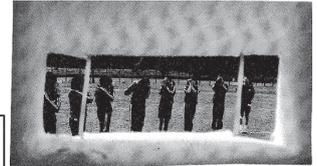
<引用・参考文献>

- 1) PISA2003年調査国際結果報告書
(ぎょうせい 2004年)
- 2) 文部科学省Web
全国的な学力調査－平成19.20.21調査結果
国際学力調査－TIMSS2007
- 3) ふくしまの学習意識に関する調査結果報告書
(福島県教育センター 2007年)
- 4) 小学校学習指導要領解説 算数編
(文部科学省 2008年)
- 5) 中学校学習指導要領解説 数学編
(文部科学省 2008年)
- 6) 東書EネットWeb 中学校移行措置資料 数学
－平成22～23年度移行期指導計画作成資料
- 7) 新編 新しい数学 2・3年
(東京書籍 2005年)
- 8) 新編 新しい数学 3年 (東京書籍 1996年)
- 9) 7) の他、以下の各出版社の第3学年の教科用図書を参考にした

大阪書籍、学校図書、教育出版、啓林館、大日本図書

<資料1> 【実験の構造】

「模型カメラ」で覗く



実験（「模型カメラ」）を通して、現実問題の解決と、円に関する性質の発見

【実験1】

- 1点から円弧を覗く

○ 校庭に描いた円周上に全員の生徒が等間隔に並び「模型カメラでいろいろな方向を覗く。

◎ 「模型カメラ」で覗いて気が付いたこと、発見できたことを、言葉(つぶやき)、図、式などに表す。

◎ 全体で、説明し伝え合う活動を取り入れる。

グループ(5・6人)での協力しながらの発見

【実験2】

- 円周上で覗く

○ 撮影できる範囲(輪ゴム)に支柱を立て、円周上の様々な位置から2本の支柱を覗く。

【実験3】

- 円外, 円内で覗く
- 円の中心で覗く

○ 実験2で立てた2本の支柱を、円外, 円内から覗き、実験2の見え方と比較する。

○ 円の中心から覗き、一回で撮影できる範囲に棒を立て、もう一方を覗く。

◎ 「模型カメラ」で覗いて気が付いたこと、発見できたことを、言葉(つぶやき)、図、式などに表す。
グループ内で、説明し伝え合う活動を取り入れる。

○ 次時に発表

【実験4】

- 2本の支柱が範囲いっぱい写せる位置まで移動する

○ 校庭いっばいに広がり、各自が「模型カメラ」を覗きながら、2本の支柱が範囲いっぱい写せる(輪ゴムと支柱が重なる)位置まで移動する。人の集まりはどんな図形になるのか考える。

予想

確認

実験の振り返りとまとめ(実験の様子を撮影)

帰納により予想した円の性質を演繹によって確かめる活動

<資料 2> 【中学校第3学年 6社の教科書の単元導入の学習内容一覧（東京書籍以外は五十音順）】

	東京書籍	大阪書籍	学校図書	教育出版	啓林館	大日本図書
1 平方根	いろいろな面積の正方形をかき、1辺の長さを求めてみよう。	いろいろな面積の正方形をかき、1辺の長さを求める。 〈新しい種類の数について学習しよう〉	4000年前のパピロニアの粘土板の写真。 その表面に書かれた楔形文字の数字。	格子点。 点を結んでいろいろな大きさの正方形をかき、面積と1辺の長さを求めてみよう。	正方形をつくろう！ ペーパージオボードでいろいろな正方形を輪ゴムをかけてつくる。 〈2乗するとaになる数を調べていこう〉	正方形の形をしたスクランブル交差点。 斜めに渡るほうが、直角に渡るよりも距離はどのくらい短くなるのか。〈直角二等辺三角形のしきつめ〉
2 多項式	線分 AB があり、その上に点 C がある。AC, CB を直径とする半円。線の長さを比べてみよう。	正方形の花だん。 縦と横の長さを合わせて6mのばす。花だんの面積はどれが最も広いかな。 〈文字を使った式の計算について、さらにくわしく学習しよう〉	正方形区切られた土地。 縦を3m縮め、横を3m広げると面積はどうか。 〈文字式の計算をさらに深めていこう〉	カレンダー。 カレンダーの中の3つの数や4つの数を囲んで、どんなきまりがあるか調べてみよう。	土星のリングの面積は？ $\pi \times 136800^2 - \pi \times 67000^2$ 。簡単に求める方法はないか考える。 〈文字式の計算をさらに進めて、それを利用していこう〉	断片をいろいろ組み合わせさせて遊ぶパズル。 文字式もバラバラにしたり、まとめたりすることができるのか。 〈長方形の花だん〉
3 2次方程式	正方形の土地に幅1mの道を2本つくり残りを花だんにした。面積は35㎡。1辺の長さを求めてみよう。	1けたの正の整数をあてる数当て。 「10を引いてもとの数をかけるといくつ」、「-21」、「3ですね」、「はずれ。正解は7だよ」 〈2次の項をふくむ方程式について学習しよう〉	長さ20mのロープで周りを囲んで横が縦より2m長い長方形の花だんをつくる。 縦と横を、それぞれ何mにすればよいか。	長方形の土地。 縦と横の長さは12mと18m。 縦と横にそれぞれ平行な同じ幅の道をつけて、残りの土地に花だんをつくる。 面積が160㎡。 道の幅は何mにするといいか。	帰国する日はいつ？ 海外出張中の父からのメール。カレンダーで、帰国する日の真上にある日の数と真下にある日の数をかけると176。帰る日はいつ？ 〈 x^2 のような2次の項をふくむ方程式について学んでいこう〉	長方形の形をした花だん（山下公園の写真）。 まわりの長さや面積から、縦と横の長さを求めることができるのか。 〈横が縦より3m長い長方形の土地〉
4 関数	ジェットコースターが斜面をおりるとき、進む距離は時間にもなるとどのように変化するか。	ジェットコースターと斜面を転がるボールの写真。 物が落ちる速さはどうなるか。 〈新しい関数について学習しよう〉	1辺が2cmの正方形のタイルを階段状にしきつめる。 段の数にもなると変わる数量をいろいろと見つけよう。	ジェットコースターの写真。 どの地点でスピードが一番出ているかな？ ボールの転がり方にはきまりがあるのかな？	落下する時間と距離の関係は？ ピサの斜塔の絵。400年前、ガリレオが物体の落下運動について調べ、物体が落下し始めてからの時間と距離の関係を発見した。 〈新しい関数について学んでいこう〉	松井選手のバットイング写真。 バットで打ったボールはきれいな曲線をえがいて飛んでいく。どのような曲線になるのか。 〈1辺が10cmの正方形の紙〉
5 相似な図形	東京湾の地図から、実際の距離を求めてみよう。（東京湾と雪の結晶の写真）	錦帯橋の写真。 デジカメで撮った風景写真をパソコンに取り込んで拡大。 〈形を変えないで大きさを変えた図形との間に成り立つ性質について学習しよう〉	猫の絵をいろいろな形に変形した図。 どのように変形したのか。	飛行機の図形をいろいろな形に変形した図。 もとの図形をどうのぼしたもののか。	同じ形はできるのかな？ 直角三角形を使いいろいろな形（ヨット）をつくる。 〈形は同じで大きさの違う図形の性質について学んでいこう〉	シマウマの写真。 コンピュータを使って写真を変形。どのように変形したのか。 〈大きさが違っても同じ形に見える写真〉
6 三平方の定理	しきつめパズル。3つの正方形の面積の間に成り立つ関係を調べてみよう。	ピラミッドの写真。 エジプト人は、ピラミッドをつくる時に底面の正方形の直角をどのようにしてつくったのかな。〈直角三角形の3つの辺の間に成り立つ関係について学習しよう〉	しきつめパズル。 3つの正方形の面積の間にはどんな関係があると考えられるか。	二つの直角三角形の外側に各辺を1辺とする正方形をかく。 どんなことがいえるかな。	ピタゴラスの発見。 約2500年前、床の模様を見てすごい発見をした。 〈ピタゴラスが発見した、直角三角形に関する定理について学んでいこう〉	ピラミッドの写真。 底面の直角をつくるのに、等間隔に結び目がついた縄が使われた。どのようにして直角をつくったのか。 〈ピタゴラスが石畳の模様を見て発見〉

※ 東京書籍以外は、多項式の単元が第1章である。