

論理的に考え、数学的に表現する力を育む学習指導の在り方（第一年次）

—根拠を基にした説明し伝え合う活動を通して—

長期研究員 高橋 良太

《研究の要旨》

本研究では、数学科の授業における問題解決過程において、論理的に考え、数学的に表現する力を育むことを目指した。そこで、生徒から数学的な問いを引き出し、説明し伝え合う必要性を高めるための問題提示の工夫をした。また、根拠を明らかにした説明を記述させた上で、互いに説明し伝え合う場を設定した。これらの手だてを継続的に講じることで、根拠を明らかにして筋道を立てて考え、数学的に表現する力を育むことができた。

I 研究の趣旨

次期中学校学習指導要領解説数学編では、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成することが重視されており、その内容の一つとして「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」が位置付けられている。また、「数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動」は、「言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて、数量や図形などに関する事実や手続き、思考の過程や判断の根拠などを的確に表現したり、考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて伝え合い共有したり、見いだしたことや思考の過程、判断の根拠などを数学的に説明したりする活動」と示されており、教師は日々の授業において、数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動の機会を、意図的かつ計画的に設ける必要がある。

平成31年度全国学力・学習状況調査の記述式問題では、本県平均正答率（44.1%）が全国平均（47.1%）を下回っている。また、本県平均無解答率（18.9%）は全国平均（17.1%）に比べて高い。これらのことから、事実や方法、理由の説明に課題があることが分かる。さらに、生徒質問紙の結果を見ると、「解答を言葉や数、式を使って説明する問題に対して最後まで解答を書こうと努力しましたか」の質問に対し、肯定的な回答をした生徒の割合（53.5%）が全国（60.8%）に比べて低く、自分の考えを記述することに対して苦手意識をもっていることが分かる。

これまでの指導を振り返ると、学級全体で問題の解き方を確認し、問題演習を繰り返すことで、数学的な知識や技能が身に付き、自信をもって授業に参加する生徒の姿がみられるようになった。一方で、正答を出すことはできるが、その根拠を問われると、明確な説明ができず黙ってしまうことがあった。これは、問題解決の手順の習得が優先されて、根拠としての問題解決の方法や、事柄が成り立つ理由を考え、それを説明し伝え合う機会が少なかったことが原因と考える。

以上のことから、問題解決過程において根拠を明らか

にし、互いに説明し伝え合う活動を通して、論理的に考え、数学的に表現する力の育成を目指したいと考え、本研究の主題を設定した。

II 研究の概要

1 研究仮説

数学の授業において、以下の手だてを講じれば、論理的に考え、数学的に表現する力を育むことができるであろう。

【手だて1】数学的な問いを引き出し、数学的活動を促すための問題提示の工夫

【手だて2】根拠を明らかにした説明を記述する場の設定

【手だて3】考えを広げ深めるための説明し伝え合う場の設定

なお、本研究では、「論理的に考え、数学的に表現する力」を「根拠を明らかにして筋道を立てて考え、言葉や数、式、図、表、グラフを用いて記述したり、説明したりする力」と定義する。

2 研究の内容

(1)【手だて1】数学的な問いを引き出し、数学的活動を促すための問題提示の工夫

生徒から数学的な疑問や気付きを引き出し、主体的に解決させるために、「条件を工夫する」「関連付けを図る」「対比させる」「オープンな形式にする」の4つの視点で問題を提示する。また、生徒が関心をもち、解決に必要な数量等に着目できるようにするために、問題を提示する順序や難易度を考慮したり、一部分を見せてから全体を見せたりする。これらのことから、多様に考えさせたり、予想とのずれを実感させたりすることで、数学的に説明し伝え合う必要性を高める。

(2)【手だて2】根拠を明らかにした説明を記述する場の設定

論理的な説明をさせるために、自分の考えを記述させ、

説明する内容を整理させる。そこで、内容の明確化と記述のポイントの明示を行う。内容の明確化では、生徒に何を記述するのかを理解させるために、記述する内容を、「どのような方法で解決したか」(方法の記述)と「どのように解決できた理由」(理由の記述)のいずれかに分ける。また、記述のポイントとして、「根拠を入れる」「短文を積み重ねる」「接続詞を入れる」の3点を明示する。特に、「根拠を入れる」ことに重点を置き、問題場面のどこに基づいたものなのかや、解決に使った既習事項や定理、公式などを入れさせる。さらに、記述を基に生徒同士で説明し伝え合させた後、改めて自分の記述を振り返る場を設定することで、記述の質の向上を図る。

(3) 【手だて3】考えを広げ深めるための説明し伝え合う場の設定

解答は同じであっても解決過程や表現方法が異なるなど、自分とは異なる新しい見方や考え方に会わせるため、記述したことを基に生徒が説明し伝え合う場を設ける。そこで、学習形態を「ペア」「グループ」「一斉」とし、生徒の理解度や解決方法の多様さに応じてどの学習形態とするかを教師が選択する。「一斉」においては、生徒同士のやり取りを促すために、考えさせることの焦点化を図る発問をしたり、ある生徒の発言から生まれる疑問や気付きを全体に投げかけたりするなどのコーディネートを行う。これにより、考えの共通点や相違点に着目したり、問題場面や自身の考えを振り返ったりしながら、授業のねらいに迫ることができるようにする。

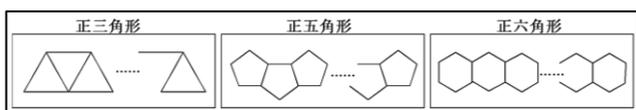
3 研究の実際

(1) 授業実践単元

研究対象 第1学年10名(1学級)
 授業実践Ⅰ 「文字と式」(13時間)
 授業実践Ⅱ 「方程式」(13時間)

(2) 授業実践Ⅰ「文字と式」(13/13時間)

文字式の利用の内容で、「棒の本数を文字式やその計算を利用して求め、その求め方を説明することができる」ことをねらいとして授業を行った。以下の図を、授業の中で提示した。



① 【手だて1】について

いろいろな気付きや考えを引き出すオープンな形式にしたり、空欄をつくり条件を隠したりして、以下の問題を提示した。

□をx個つなげて図をつくる時、棒は何本必要でしょうか。

「前回、□には正方形が入っていたけど、三角形だったらどうなるか」と数学的な問いをもち、主体的に解決する生徒の姿がみられた。また、解決の方法が多様であるため、自力解決後は、意欲的に自分の考えを説明したり、「どのように考えたのか」と他の生徒に質問したりする姿がみられた。

② 【手だて2】について

自力解決後、自分の表した式がなぜ棒の本数を表す式になるのかを記述させ、説明する内容を整理させた(図1)。13時間の授業実践において3つのポイントを生かして記述する経験を積み重ねることで、「六角形がxこあって重なり合うけど、(一番)左の1本は重なっていないからx-1のように根拠を明らかにした記述や、「まず」「次に」「よって」と接続詞を使って順序立てた記述が見られるようになった。

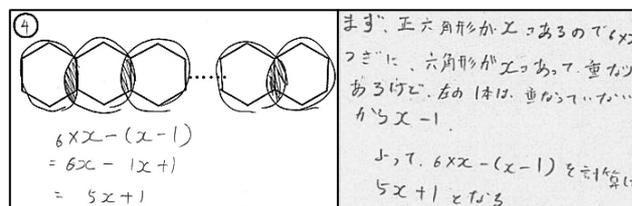


図1 棒の本数を求める式とその式で表される理由の記述

③ 【手だて3】について

学習形態をグループにし、説明し伝え合う場を設けることで、多様な考えに触れさせたり、疑問点を共有させたりすることができた。また、学級全体で、正三角形をx個つなげた図をつくるのに必要な棒の本数が{3x - (x - 1)}本になる理由を説明し伝え合う場面では、ある生徒の説明に対し、他の生徒たちが疑問を投げかけたり、説明を補足したりしながら、理解を深めていった。さらに、「なぜ重なった棒の本数が(x-1)本になるのか」と追究する課題の焦点化を図ることで、自身の考えを振り返りながら、「正三角形が2つのときは…、3つのときは…」と帰納的に説明し、ねらいに迫る姿が見られた。

(3) 授業実践Ⅱ「方程式」(12/13時間)

方程式の利用の内容で、「問題の中から道のり、速さ、時間の数量関係を見だし、方程式をつくることができる」と、「求めた解が問題に適しているかどうかを、問題場面に戻って考えることができる」ことをねらいとして授業を行った。

① 【手だて1】について

速さの条件を除き、以下の問題場면을提示した。

妹は家を出発して駅に向かいました。駅に着いたらすぐに列車に乗ることになっています。妹の忘れものに気づいた姉が、妹が出発してから10分後に家を出発し、自転車で妹を追いかけました。

そこで、「姉は妹に追いつくことができるか」と問うと、「妹と姉の速さが知りたい」「姉が妹より速かったら追いつくことができる」などと、主体的に解決しようとする生徒の姿が見られた。その上で、「妹の歩く速さを毎分60m、姉の自転車の速さを毎分210mとすると、姉は家を出発してから何分後に妹に追いつくか」と問題を段階的に提示し、解決に必要な速さに着目させた。

②【手だて2】について

「妹に追いつくまでの時間をどのように求めたか」という方法の記述(図2)と「家から駅までの道のりが800mであ

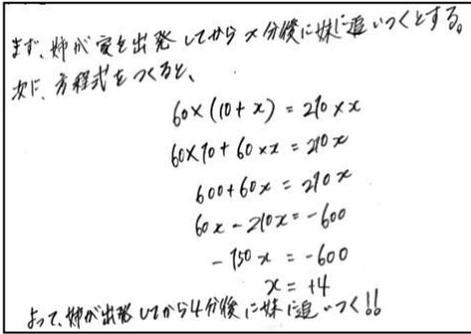


図2 姉が追いつくまでの時間を求める方法の記述するとき、姉は妹に追いつくことができないのはなぜか」という理由の記述(図3-①)に分けて記述させた。また、自分の記述を基に考えを説明し伝え合う活動をさせた後、改めて自分の記述を振り返る場を設定することで、根拠を明らかにした記述が見られるようになった(図3-②)。

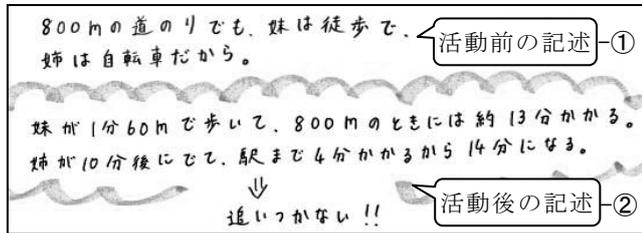


図3 説明し伝え合う活動前後の記述の変化

③【手だて3】について

「姉は家を出発してから4分後に妹に追いつく」と答えを確認した上で、「本当に追いつくことはできるか」と問い返しを行った。すると、一部の生徒から「家から駅が近かったら追いつくことはできない」「家から駅までの距離が必要だ」という考えが出され、問題場面に戻って考える姿が見られた。その上で、以下の問題を提示した。

家から駅までの道のりが800mであるとき、姉は妹に追いつくことができるか。

学習形態をペアにし、追いつくことができない理由を説明し伝え合う場を設けた。その結果、自分とは異なる考えをもった生徒に対し、「妹は家から駅まで約13分かかったのね。でも、姉は10分後に出発してそこから駅まで4分かかるから14分かかるのね。だから、追いつかないの」と、根拠を示しながら説明する姿が見られた。

III 研究のまとめ

1 研究の成果

(1) 事前・事後テストの結果

全国学力・学習状況調査を参考に、記述する力を測る問題を実践前と実践後でそれぞれ作成し、テストを行った。その結果、すべての問題において正答した生徒の人数が増加し、平均値

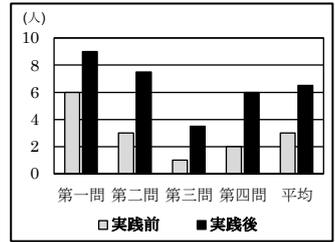


図4 事前・事後テストで正答した生徒の人数

の差に関するt検定を行った結果、 $t=2.26$, $p=0.0095$ であり、統計的な有意差が認められた(図4)。

図5は事前テストで無解答であった生徒の事後テストでの記述である。記述する経験を積み重ねる

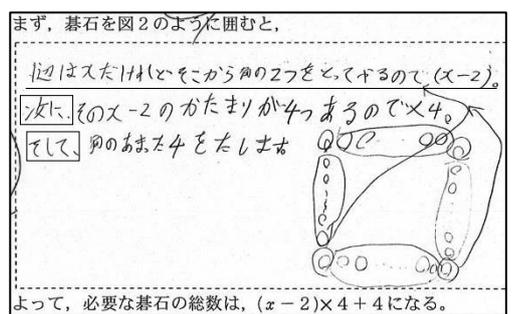


図5 事後テストの生徒の記述

ことで、「1辺はxだけれど、そこから角の2つをとってやるので(x-2)」のように、根拠を明らかにした記述や接続詞を使って順序立てた記述が見られるようになった。

これらの結果から、根拠を基にした説明し伝え合う活動を通して、論理的に考え、数学的に表現する力が向上したと考えられる。

(2) 意識調査の結果

「数学の授業で、相手に分かりやすく説明しているか」という質問に対して、肯定的な回答をした生徒が増加し、t検定を行った結果、 $t=2.26$, $p=0.0239$ であり、

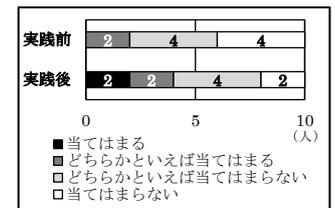


図6 意識調査の結果

統計的な有意差が認められた(図6)。授業実践において、根拠を明らかにしたり、自分の考えを記述し、説明する内容を整理したりすることで、相手に分かりやすく説明する意識の向上につながったと考えられる。

2 今後の課題

自分の考えを記述したり、記述を基に説明し伝え合う活動を行ったりすることに時間がかかってしまい、習熟を図る時間が少なくなってしまう。その結果、知識・技能の定着が不十分であった。今後は、単元全体を見通して、説明し伝え合う活動と習熟を図る時間のバランスを考え、授業実践を行っていく必要がある。