

数学を活用する力を育成する高等学校数学科の授業の在り方

—日常生活や社会の事象を取り入れた単元づくりを通して—

長期研究員 森田 健二

《研究の要旨》

本研究は、「主体的・対話的で深い学び」の実現を図るための高等学校数学科の授業の在り方を追究したものである。日常生活や社会の事象を計画的に取り入れた単元を構想し、課題解決の結果や過程を説明し伝え合う場を設定した。また、数学を活用することの有用性を実感させるために、単元終末に単元で学習した内容を活用する場を位置付けた。これらにより、数学を活用する力を育成することができた。

I 研究の趣旨

次期高等学校学習指導要領解説数学編理数編において、主体的・対話的で深い学びは、「1回1回の授業で全ての学びが実現されるものではなく、単元や題材など内容や時間のまとまりの中で、学習を見通し振り返る場面をどこに設定するか、グループなどで対話する場面をどこに設定するか、生徒が考える場面と教師が教える場面とをどのように組み立てるかを考え、実現を図っていくものである」と示されている。

このことから、単元計画において、各時間の内容とねらいを明確化するとともに、生徒自身が考え、対話の必要性が生じる課題を設定する必要があると考える。

協力校の実態として、授業実践前に生徒に対して質問紙調査(4件法)を実施した結果、「数学の勉強は大切か」という問いに対し肯定的な回答が89%、「数学は将来役に立つと思うか」という問いに対しては肯定的な回答が69%となっており、数学を学ぶことの大切さを感じている生徒が多い。しかし、普段の授業の様子を見ると、教師が示した公式や解法を適用して解決できる単純な練習問題などは積極的に取り組むが、論理的な思考を必要とする発展的な課題に対しては、あまり意欲的に取り組むことができない。

それは、教師が示した解法を正確に暗記再生させる授業が多く、日常生活や社会の事象と数学の関係性が希薄化し、思考・判断を伴う課題に出会わせる機会が少ないからだと考える。

以上のことから、高等学校数学科において、日常生活や社会の事象を取り入れた単元づくりを通して、数学の汎用性を認識させ、数学を活用する力を育成したいと考えた。なお、本研究では、「数学を活用する力」を、「事象に対してどのような考え方をうればよいかを判断し、よりよい考え方を意図的に用いることができる力」と定義し、研究を進めることとした。

II 研究の概要

1 研究仮説

高等学校数学科の授業において、以下の手だてを講じれば、「数学を活用する力」を育成することができるであろう。

【手だて1】日常生活や社会を数学と結び付ける課題の提示

【手だて2】課題解決の結果や過程を説明し伝え合う場の設定

【手だて3】単元終末における活用場面の位置付け

2 研究内容

(1)【手だて1】日常生活や社会を数学と結び付ける課題の提示

授業の導入において、授業内容に関連する日常生活や社会の事象を取り入れた課題を提示し、日常生活や社会を数学と結び付けて考えさせる。このことにより、生徒が日常生活や社会の事象を数学的に考えることよきを認識するとともに、課題への興味・関心を高め、意欲的に課題に取り組むことができるようにする。

(2)【手だて2】課題解決の結果や過程を説明し伝え合う場の設定

提示した課題について自分たちが出した結果や課題解決の過程を説明し伝え合う場を設定し、課題解決の結果や過程について、それぞれの生徒の異なる観点や立場から考察させる。このことにより、生徒がよりよい考え方を選択したり、最適解を導いたりすることができるようにする。また、お互いの考えを改善したり、一人では気付くことのできなかつたことを協働して見いだしたりすることよきを認識できるようにする。

(3)【手だて3】単元終末における活用場面の位置付け

単元終末の授業に活用場面を位置付け、日常生活や社会の事象を取り入れた発展的な最終課題に取り組ませる。このことにより、生徒が単元で学んだことを活用できるようにする。

3 研究の実際

対象学年	第2学年35名（1学級）
授業実践Ⅰ	数学Ⅰ「命題と証明」（7時間）
授業実践Ⅱ	数学Ⅰ「データの分析」（8時間）

(1) 授業実践Ⅰ（数学Ⅰ「命題と証明」）

授業実践Ⅰにおいて、手だてを講じる計画を以下のよう立てた（図1）。

時	学習内容	手だて1	手だて2	手だて3
1	命題・条件	○	○	
2	命題 $p \Rightarrow q$			
3	必要条件・十分条件	○	○	
4	条件の否定			
5	逆・裏・対偶			
6	命題と証明	○	○	
7	単元の最終課題		○	○

図1 授業実践Ⅰの単元計画

① 【手だて1】について

1時間目の命題の導入において、通常は数学の事象の命題を扱うところで、日常生活や社会の事象における命題を取り入れた。3時間目の必要条件・十分条件の導入において、サッカーのリーグ戦の順位表から、優勝するための条件を考える課題を提示した（図2）。6時間目の背理法を利用する証明の導入において、「全校生徒が400人いる学校では、同じ誕生日の生徒が少なくとも1組はいる」ことを証明する課題を提示した。

ある国のプロサッカーリーグにおいて、最後の1試合が残った時点で、上位3チームの勝ち点の合計は下の通りでした。

順位	チーム	勝ち点
1	A	65
2	B	64
3	C	63

<ルール>
勝ったチームには勝ち点3が与えられ、負けたチームには与えられない。引き分けの場合は、両チームに勝ち点1ずつが与えられる。勝ち点と同じ場合はどちらも優勝とする。

課題 _____ チームが優勝するための条件を考え、真の命題をつくってみよう。

図2 優勝するための条件を考える課題

単元計画に基づいて、数学の事象から入らず、日常生活や社会の事象から導入することにより、生徒の数学に対する苦手意識を軽減することができた。【手だて1】による授業実践後の感想には、題材への興味・関心が高まり、意欲的に課題に取り組んだことが分かる記述が多く見られた（図3）。

授業の初めにやった日常で正しいか正しくないの区別をつけることで、こんなことを勉強するんだとわかった。実際に数学的になるとも解ることができたのでとても面白かった。

サッカーの例がわかりやすかった。次回も集めてがんばりたい。

証明は全然好きだった。今日は証明はみんな楽しかった。

図3 【手だて1】による授業実践後の生徒の感想

② 【手だて2】について

1時間目において、真の命題をつくったり、命題の真偽を確認したりする際には、活発に意見を出し合い、本当に命題が真といえるか議論する様子が見られた



図4 考察場面

（図4）。自分たちがつくった命題が真であるか検討することで、偽の命題よりも真の命題をつくる方が難しいことに気付くことができた（図5）。6時間目において、背理法を利用して証明する際には、自分の証明と他の生徒の証明を比較することにより、よりよい証明を考えることができた（図6）。

偽の命題は簡単に作れるけど、真の命題を作るのは難しい。

図5 生徒の気付きが分かる授業の感想（原文ママ）

自分の考え → 1年は365日で全校生徒は400人なので誕生日がかわる人がいる。

別組の考え → 400人の誕生日が異なると仮定すると異なる誕生日が400日あることになる。
これは1年が365日であることに矛盾したから、同じ誕生日の生徒が少なくとも1組はいる。

図6 生徒の証明

課題解決の結果や過程を説明し伝え合う場を設定することにより、生徒たち自身でよりよい考えを選択し、表現することができた。

③ 【手だて3】について

単元終末において、1994年サッカーワールドカップアジア最終予選の日本チームの得点表から、「日本がワールドカップ出場権を得るための最低限の条件」を考える課題を提示した（図7）。

3時間目の授業において扱った図2の課題を発展させた課題である。初めはチーム数が増加し、得失点差などの要素が追加されたため、解決の見通しをもてない生徒が多かったが、他の生徒と協働的に取り組むことで、日本チームの試合と他チームの試合を一つ一つ検証し、解決の見通しをもつことができた。その後、クラス全体で条件を整理し、単元で学習した命題の真偽や必要条件・十分条件の考え方を活用し、「最低限の条件」を導くことができた（図8）。

【手だて3】による授業実践後の感想には、最終課題への取組の様子が分かる記述が多く見られた（図9）。

サッカーの解説者の立場で、以下の課題に取り組んでみよう！

1994年アメリカワールドカップアジア地区最終予選は、1次予選A～F組を1位通過した6か国が出場たりのリーグ戦で対戦し、上位2か国がワールドカップの出場権を得ることになっていた。第4戦終了時点で日本はグループ1位となり本戦出場が有力視されていた。最終戦となる第5戦を残した第4戦終了時点の順位は以下のとおりである。

順位表（第4戦終了時点）

順位	チーム	勝ち点	勝	分	負	得失差	総得点
1	日本	5	2	1	1	+3	5
2	サウジアラビア	5	1	3	0	+1	4
3	韓国	4	1	2	1	+2	6
4	イラク	4	1	2	1	0	7
5	イラン	4	2	0	2	-2	5
6	朝鮮民主主義人民共和国	2	1	0	3	-4	5

<ルール>

- ・勝ったチームには勝ち点2が与えられ、負けたチームには与えられない。引き分けの場合は、両チームに勝ち点1ずつが与えられる。
- ・勝ち点と同じ場合、得失差の値が大きい方が上位となる。
- ・得失差も同じ場合、総得点が多い方が上位となる。

※同日・同時刻キックオフとなる最終戦（第5戦）3試合の組合せは

- 日本－イラク
- サウジアラビア－イラン
- 韓国－北朝鮮

日本がワールドカップ出場権を得るための最低限の条件を考えよう！

図7 単元の最終課題

グループ別話し合い

日本が勝利が優勝が準優勝
日本とイラクが引き分けに終わった場合、
サウジアラビアが負けると引き分けると
イランが勝利が引き分け
韓国が負けると引き分け
朝鮮が勝利が引き分け

グループ

日本が上位の位に上がる

クラス全体

勝つから出場できる。真
負けたり出場できない。真
引き分けから、負けると
しれない。

結論

「勝つから出場できる。引き分けは条件を出してあげればいいのか？」
負けるとはいけません。

図8 生徒のワークシートの記述

前回も、サッカーのメモリ複習が、不十分頭正使いました。
今日は一生懸命考えて答えることができました。

図9 【手だて3】による授業実践後の生徒の感想

(2) 授業実践Ⅱ（数学Ⅰ「データの分析」）

授業実践Ⅱにおいて、手だてを講じる計画を以下のよ

うに立てた（図10）。

時	学習内容	手だて1	手だて2	手だて3
1	データの整理・代表値	○	○	
2	四分位数	○	○	
3	箱ひげ図			
4	分散と標準偏差	○	○	
5	分散と平均値の関係式			
6	データの相関	○	○	
7	相関係数			
8	単元の最終課題		○	○

図10 授業実践Ⅱの単元計画

① 【手だて1】について

1時間目の代表値の導入において、生徒がより興味・関心をもって課題に取り組めるように、テストの得点を分析する課題を提示した（図11）。2時間目の四分位数の導入において、事前に生徒たちからアンケートで集めた毎月のお小遣いの金額のデータを提示した。4時間目の分散の導入において、国語と数学のテストのデータから得点の分散と標準偏差を求め、分散や標準偏差がデータの分析にどのように利用できるか考えた。また、6時間目の相関の導入において、インターネットから得られた都道府県庁所在地別の家計消費データを利用し、餃子と焼売の消費額に相関があるかを調べた。

ある高校の2年生35人に数学のテストを実施した結果、次のようなデータが得られた。

14 21 23 28 38 41 44 46 48 52 52 53 54 56 59 60 62 63 64 64
64 66 67 68 70 70 70 75 77 77 78 82 84 91 92

このデータを分析してみよう！

図11 テストの得点分析

② 【手だて2】について

3時間目の授業において、分散と標準偏差で分析する際には、それぞれの値を求めるだけでなく、求めた値からどのようなことが言えるか議論することにより、公式を用いて値を求めることよりも、求めた値からデータを分析することが重要であることに気付くことができた（図12）。

データを分析することは計算ではなく、計算から出てきた数字で分析することなんだと分かった。

図12 生徒の記述

手だて2による授業実践後の感想には、一人では気付くことのできなかったことを協働して見いだしたりすることのよさを実感している記述が多く見られた（図13）。

こういった意見もある人だ!!と新しい発見につながりました。

図13 【手だて2】による授業実践後の生徒の感想

③ 【手だて3】について

単元終末において、クラス全員からアンケートで集めた平日のスマートフォンの平均利用時間のデータから、

単元で学習した内容をすべて活用し、「高校生のスマートフォン

2年1組のみなさんの1日当たりのスマホの利用時間を調査した結果、
次のようなデータが得られました。

60 90 120 120 120 150 180 180 180 180 180 180 180
180 180 180 180 180 180 180 180 210 210 240 240 240
240 300 300 300 300 300 360 360 600

国の、県の、地域の、学校の、家庭のルールを決める人の立場で、
2年1組のみなさんのデータから、高校生のスマホの適正な利用時間を考えよう！

図14 単元の最終課題

課題のデータは、簡単な数で計算できるように工夫されたものではないため、生徒はコンピュータを積極的に利用し、単元で学習した代表値や分散、標準偏差などの値を求めた。また、ヒストグラムや箱ひげ図をコンピュータで作成する様子も見られた。求めた値や作成した図を活用して、スマートフォンの適切な利用時間を分析することができた(図15)。

平均値→219.4 四分位数 Q_1 180 Q_3 240 } 50%
最頻値→180 範囲 60
中央値→180 分散 9254.4 $\frac{2}{3}$ 利用時間 210分
標準偏差 96.2 (3時間半)

図15 生徒のワークシートの記述

【手だて3】による授業実践後の感想には、単元で学習した内容を活用して主体的に取り組んだ様子が分かる記述が多く見られた(図16)。

今回「教えたかったこと」をうまく活用した授業、
パソコンを借りた授業がよかったぞ!!!

図16 【手だて3】による授業実践後の生徒の感想

III 研究のまとめ

1 研究の成果

(1) 【手だて1】について

「授業で積極的に課題に取り組んでいるか」という問いについて、授業実践前と授業実践後において質問紙調査(4件法)を行った。4件の平均値で見ると、授業実践前が2.86、授業実践後が3.34となり、0.48ポイントの上昇が見られた。授業の導入で日常生活や社会を数学と結び付ける課題を提示することで、日常生活や社会の事象を数学的に考えることよさを認識し、意欲的に課題に取り組むことができたと考えられる。

(2) 【手だて2】について

「授業で課題を解決するときに、友達の発言や意見を参

考にしているか」という問いについて、授業実践前と授業実践後において質問紙調査(4件法)を行った結果、4件の平均値で見ると、授業実践前が3.11、授業実践後が3.69となり、0.58ポイントの上昇が見られた。また、周りの生徒との意見交換により授業内容の理解が深まったことを表現する感想が、35名中30名の生徒に見られた(図17)。このことから、数学を活用し課題解決する過程において、課題解決の結果や過程を説明し伝え合う場の設定が、理解を深めることに有効であると考えられる。

友達と話し合うことで自分の考えや意見と比べて考えることができて理解が深まった。

図17 理解の深まりに関する生徒の感想

(3) 【手だて3】について

「数学の問題を解くために、粘り強く考えているか」という問いについて、授業実践前と授業実践後において質問紙調査(4件法)を行った結果、4件の平均値で見ると、授業実践前が2.66、授業実践後が3.23となり、0.57ポイントの上昇が見られた。また、単元で学習した内容を活用して、発展的な課題に取り組んだことが分かる感想が、35名中18名の生徒に見られた。このことから、単元終末を、単元の学習を活用する場面に位置付けることにより、生徒は単元で学習した内容を活用し、発展的な課題にも取り組むことができるようになったと考えられる。

(4) 事前・事後テストの結果

上記3つの手だてによる授業を実践した結果、「数学を活用する力」の育成に効果があったかを事前・事後テストの結果から検証した。検証問題として、授業実践IIにおいて、中学校で学習した平均値・中央値からデータを分析する問題と、今回の授業実践IIの単元で学習した内容を活用する問題を設定し、正答率の比較で検証した。結果は、授業実践II前が20.0%(35名中7名)、授業実践II後が51.4%(35名中18名)となり、31.4%の上昇が見られ、t検定の結果、有意差が見られた($p < .05$)。

2 今後の課題

今後は、さらに「数学を活用する力」を育成するために、日常生活や社会の事象を数学的に考察する時間と、数学の事象から具体的な数学の問題について考察する時間をバランスよく計画する必要がある。また、生徒が課題への興味・関心を高め、意欲的に課題に取り組むことができるようにするために、生徒の実態に合わせた日常生活や社会の事象を取り入れた課題を提示する必要がある。

これらの課題を踏まえ、「数学を活用する力」を育成する研究を引き続き進めていきたい。