

# 考えを修正しながら問題解決に向かう生徒を育成する高等学校数学科の授業

## —「思考マップ」を活用した解決過程の可視化を通して—

長期研究員 春山 正樹

### 《研究の要旨》

本研究では、高等学校数学科の授業において、知識の活用や思考力が求められる問題に対し、考えを修正しながら問題解決に向かう生徒の育成を目指した。そこで、様々な解決方法をもつ課題を提示し、生徒同士の対話による解決の場を設定した。また、問題解決過程を可視化することで、生徒が問題解決過程で用いた考えを自覚できるように授業の工夫を行った。その結果、自分の考えを修正して問題解決に向かう生徒の姿が見られた。

## I 研究の趣旨

次期高等学校学習指導要領の数学科の目標には、「数学のよさを認識し積極的に数学を活用する態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う」と記されている。また、同解説数学編理数編には、高等学校における数学教育の意義として、「問題がすぐには解けなくても粘り強く考え続けることで、いくつかの知識の理解が深まることや新たな事実を発見することもあり得るだろう」と記されている。

研究協力校では、外部模試や大学入試のように、知識の活用や思考力を必要とする問題が出題されると、途中で諦めてしまう生徒が見られる。実際の授業場面でも、解決過程でつまづいたとき、別の解決方法を考えることができず、教師の解説に頼る生徒が見られる。これまでの自分の授業を振り返ってみると、例題や練習問題の解説をする講義型の授業が多かった。そのため、生徒は問題解決過程のどこでつまづいたのか振り返り、つまづきの解決に向けて考えを修正することができなかった。また、どのようにしたらそのつまづきを解決できるのか、生徒同士で問題解決の方法を共有する時間が不足していた。以上のことが、問題解決でつまづいたときに自分の考えを修正することができない要因と考えられる。

そこで本研究では、問題解決の過程において、生徒同士の対話活動や解決過程の振り返りを通して、考えを修正しながら、問題解決できる生徒の育成を目指した。

## II 研究の概要

### 1 研究仮説

高等学校数学科の授業において、以下の手立てを講じれば、考えを修正しながら問題解決に向かう生徒を育成することができるだろう。

【手立て1】様々な解決方法を考えさせる課題の工夫

【手立て2】互いの考えとつまづきを共有する対話活動  
【手立て3】「思考マップ」による問題解決過程の振り返り

## 2 研究の内容

(1) 【手立て1】様々な解決方法を考えさせる課題の工夫

単元同士のつながりや教科横断の視点を取り入れた課題を提示し、単元終末時に解決させる。これにより、生徒は単元の学習内容を活用しながら、直感を働かせたり、推論を働かせたりすることで、様々な解決方法を考えることができる。

(2) 【手立て2】互いの考えとつまづきを共有する対話活動

問題解決の過程でもった問題解決への様々な考えとつまづきを、生徒同士に共有させる。これによって、生徒は一人では気付くことのできなかつた、別の解決方法や、つまづきの解決方法を見付け、考えを修正しながら問題解決に進むことができる。

(3) 【手立て3】「思考マップ」による問題解決過程の振り返り

問題解決後、生徒は、「思考マップ」を作成し、問題解決過程を可視化する(図1)。なお、本研究では「思考マップ」を「問題解決に必要な手順や、

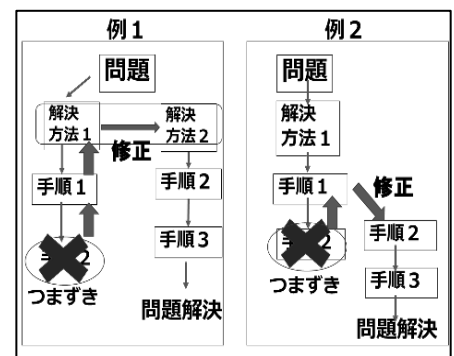


図1 「思考マップ」のイメージ

問題解決過程の生徒の思考・判断などの考えを可視化した図」と定義した。「思考マップ」に問題解決過程の考えを記述することで、生徒はどこにつまづきがあったのか、どのようにしてつまづきを解決できたのか、考えの修正を行った箇所を自覚することができる。

### 3 研究の実際

対象学年	第2学年	理系 84名 (2学級)
授業実践 I	数学 II 「指数関数」	(6時間)
授業実践 II	数学 B 「等差数列と等比数列」	(6時間)

#### (1) 【手立て1】について

授業実践 I, 授業実践 II において, 単元終末時に以下の課題を提示した。

#### ① 授業実践 I (数学 II 「指数関数」)

数学と理科を横断し, 「太陽の明るさ(等級)を求める」という課題を設定した(図2)。

**本時の課題「星の明るさを利用し, 太陽の明るさを求めてみよう。」**

(問題1) 星は6等級を基準にして, 100倍明るい星を1等級と定める。等級が1小さくなると, 星は何倍明るくなるだろう。

(問題2) 星の明るさは, 地球からの距離の2乗に反比例する。また, 地球との距離が10pcの星の明るさを「絶対等級」という。地球との距離が100pcで, そのときの明るさが2等級である星の絶対等級を求めてみよう。

上の問題を利用し, 次の問題を解いてみよう。

**〈問題〉**  
**太陽の絶対等級を求めよ。**  
**太陽と地球の距離は1AU (1pc=206264.8AU)**  
**1AUにおける太陽の明るさは-26.75等級である。**

図2 実践 I で提示した単元終末の課題

実践 I では, 6時目に単元終末の課題へ取り組ませた。「星の等級変化は指数関数とみなす」ことを全体で共有し, 取り組ませた。生徒は「星よりも太陽の方が明るいのか」「明るさが距離の2乗に反比例するとはどういうことだろう」など, 解決に向け様々な考えを働かせ, 取り組んでいた。

#### ② 授業実践 II (数学 B 「等差数列と等比数列」)

ある金融機関で, 大学生活に必要な経費を借りるという設定で作成した課題である(図3)。

**〈本時の課題〉**  
**大学生活に必要な経費をローンで借りると, 実際にはどれくらいの返済をしなければならないだろう。**

<b>A銀行</b>		<b>B銀行</b>	
借入れ最高額	1,000万円	借入れ最高額	2,000万円
返済期間	最長20年	返済期間	最長30年
利息	元金の1%	利息	元金の2%
返済方式	単利方式	返済方式	複利方式
<b>C銀行</b>		<b>奨学金A</b>	
借入れ最高額	3,000万円	借入れ最高額	1,000万円
返済期間	最長35年	返済期間	最長20年
利息	最初の10年間は1% 11年目から3%	利息	元金の1%
返済方式	複利方式	返済方式	複利方式

借り入れ金額 \_\_\_\_\_ 円  
 1年ごとの返済金額 \_\_\_\_\_ 円

図3 実践 II で提示した単元終末の課題

実践 II では, 5, 6時目に, 単元終末の課題へ取り組

ませた。単利方式と複利方式の違いを全体で共有した後, 自力解決の時間を確保した。生徒は「どのようにすれば, 返済総額を求めることができるか」を考察するために, 「地道に計算する」「等比数列の和の公式を利用する」「返済総額をグラフに表す」など, 様々な解決方法を選択し, 取り組んだ。

#### (2) 【手立て2】について

授業実践 I, 授業実践 II において, 単元終末の課題解決時に対話の場を設定した。

#### ① 授業実践 I (数学 II 「指数関数」)

実践 I の課題では, 太陽の絶対等級を求めるために, どのような式を立てればよいかにつまずく生徒が多く見られた。その後, グループで対話させ, つま



図4 対話活動の様子

ずきの解決を図った(図4)。生徒は「指数関数を含む方程式を立てる」ことで問題を解決できそうだという, つまずきの解決方法に気付くことができた。

#### ② 授業実践 II (数学 B 「等差数列と等比数列」)

実践 II では, グループは固定せず生徒同士自由に対話させた。図5は, 生徒Aと生徒Bの対話の様子である。生徒Bは各金融機関の返済期間が異なるため, どのように比較すればよいかかわからずにつまずいていたが, 生徒Aとの対話を通し, 返済期間を20年にそろえることで, 比較できそうだという事に気付いた場面である。

(生徒Aと生徒Bの生徒の会話)

生徒A: (C銀行の1年間で払うお金は)35万よりは確実に上で, 多分40万ずつ払っていけば, 確実に払っていきける。30万だと足りていないんだよ。30年で払い切るようにすればいいんだけど。20年で払い切ると仮定した場合だと(C銀行は)払い切れない。それだけ見ても(30万で払い切れる)こっち(B銀行)の方がよさそうじゃない。

生徒B: あーそうか。それを見て, 私も計算してみるね。

生徒A: 私もそろそろ奨学金Aに移るね。

生徒B: このnはどうすればいいの。

生徒A: 私は(nは)全部20年で統一した。条件そろえないと面倒くさいから。

生徒B: nって全部20でいいの…。あーなるほどね。私も20年で統一しよう。

生徒A: これだと, nが20以下で計算できちゃう。

生徒B: うそでしょ。

生徒A: ここで20を入れちゃうと440(万)だけど, 払い切れちゃうから, これを20年で割ってみると, ここから, 年間19万くらいかな, 多分。

図5 対話活動の様子

生徒Bは生徒Aとの対話を通し, 「nはすべて20年と設定してよい」と, つまずきを解決し, 問題解決に進むことができていた。

他の生徒の授業後の感想にも, 「どこでつまずいていたか理解できた」「分からないところを聞いて解決でき

た」などの記述が見られた。このことから対話活動を通して、生徒がつまずきに気付き、そのつまずきを解決できたことが分かる(図6)。

自分の頭の中を整理することができて、理解が深まった。言葉にすると考えが深まることを実感した。

図6 対話活動に関する生徒の記述

(3)【手立て3】について

① 授業実践Ⅰ(数学Ⅱ「指数関数」)

実践Ⅰでは、毎時間「思考マップ」を作成した。実践初めの段階では、解決手順の記述しかできない生徒が多かったが、単元終末時の「思考マップ」には、解決の手順だけでなく、考えの記述が見られた(図7)。

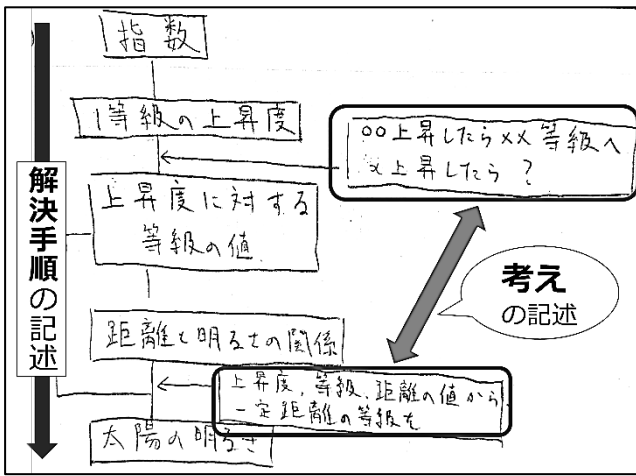


図7 単元終末時の思考マップ(実践Ⅰ)

実践後に実施した意識調査には、「どう考えたか、振り返りができた」「自分の頭の中を整理することができた」「言葉にすると、考えが深まった」など、問題解決過程の考えを客観的に振り返ることができた生徒の記述が見られた(図8)。一方で、つまずきや、つまずきの解決方法を「思考マップ」に記述している生徒はほとんど見られなかった。

自分の頭の中を整理することができて、理解が深まった。言葉にすると考えが深まることを実感した。

図8 生徒の記述

② 授業実践Ⅱ(数学Ⅱ「等差数列と等比数列」)

実践Ⅱでは、解決過程だけでなく、意図的につまずきも記述させた。図9は第2時に生徒が作成した「1から100までの自然数の中で、5の倍数ではない自然数の総和を求めよ」という問題の「思考マップ」である。この生徒は、「5の倍数ではない」という条件を捉え、「新たな解決方法を選択」し、「(1~100までの和)-(5の倍数)」という式を立て、最終的に「1000」という答えを出した。この過程を「考えの修正」として記述している。

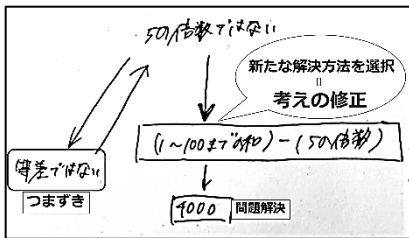


図9 つまずきの可視化(第2時)

という問題の「思考マップ」である。この生徒は、「5の倍数ではない自然数を並べた数列は、等差数列ではないから計算できない」というつまずきを、「1から100までの和から5の倍数の和を引くことで解決できる」という別の解決方法を選択して解決したことを可視化した。毎時間でつまずきの記述を意識させた結果、単元終末の課題解決時の「思考マップ」においても、つまずきや、つまずきの解決の記述が見られた(図10)。

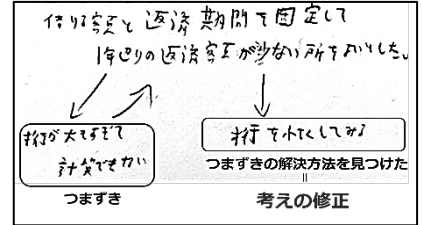


図10 つまずきの可視化(単元末の課題)

Ⅲ 研究のまとめ

1 研究の考察・検証

(1) 質問紙調査より

①【手立て1】について

単元終末時に提示した課題について、実践Ⅱ後に質問紙調査(4件法)を実施した。集計表において否定群(1, 2)と肯定群(3, 4)に分類すると、どの項目に対しても、7割以上の生徒が肯定的に回答をしている。このことから、生徒は単元終末の課題を解決するために、意欲的に、粘り強く取り組もうとしていたことがうかがえる(図11)。

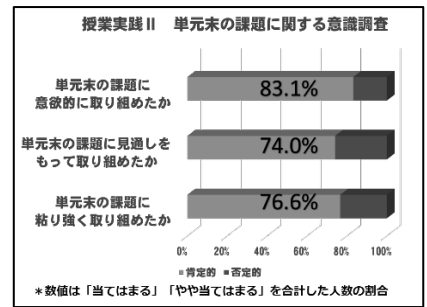


図11 単元末の課題について

また、実践Ⅱ前後の質問紙調査において「問題が解けた後、別の解き方を考えるか」という項目で、肯定群の割合が42.4%から71.2%に増加していることから、単元末の課題の別の解決方法を考えながら解こうとしていたこともうかがえる(図12)。

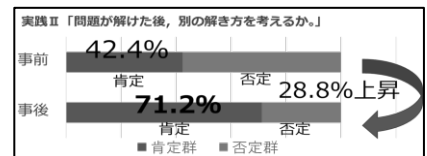


図12【手だて1】による変容

以上より、単元終末の課題が、生徒に様々な解決方法を考えさせる有効な手立てであったと考えられる。

②【手立て2】について

実践Ⅱ前後の質問紙調査(4件法)において、「単元終末の課題を解く中で話し合う活動は役立ったか」の項目の平均値は、実践前が3.81、実践後が3.96となり、0.15

の上昇が見られた。また、「単元終末の課題を解く中で、対話活動がどのように役に立ったか」を実践Ⅱ後に記述させた。その結果、周りの生徒との対話により、つまずきの解決方法や別の考えを知ることができたという趣旨の記述が、77人中51人に見られた(図13)。このことから、問題解決の過程において、互いの考えやつまずきを共有する場を設定することは、生徒が考えを修正しながら、問題解決へ進むことにおいて有効な手立てであると考えられる。

自分か、思いっぴな考えを得られた。

図13 「話し合う活動」に関する生徒の記述

③ 【手立て3】について

実践Ⅱ後の質問紙調査(4件法)において、『思考マップ』の作成によって、つまずきに気付くことができたか「つまずきに気付いた後で、さらに問題解決に進むことができたか」の2

クロス集計表 実践Ⅱ後意識調査	②つまずきに気付いた後、問題解決に進むことができた。				①の結果	
	当てはまらない	やや当てはまらない	やや当てはまる	当てはまる		
① 思考マップの作成によって、つまずきに気付くことができた。	当てはまらない	5	1		4 1	
	やや当てはまらない		2 1	1 4		
	やや、当てはまる		4	2 0	7	3 6
	当てはまる			1	4	
②の結果		3 1		4 6	77人	

図14 クロス集計結果

項目でクロス集計を行った(図14)。2項目間の相関係数(r)を算出した結果、 $r = 0.74$ と強い正の相関が見られた。このことから、「思考マップ」を作成することは、つまずきがどこにあったかに気づき、考えを修正して問題解決に進む上で有効であると考えられる。

(2) 生徒の「思考マップ」より

図15は図14の両方の質問項目に対し、肯定的に解答した生徒が、実践Ⅱの単元終末の課題解決時に作成した「思考マップ」である。この生徒は、4つの金融機関の返済総額を求め比較するよりも、返済期間と1年間で返済する金額をそろえて、20年後のローン残高を計算した方が簡単に比較できそうだと、考えを修正したことを振り返っている。実際に、この生徒は、各金融機関の20年後のローン残高を求める計算式を「思考マップ」に記述している。このことから、この生徒は、どこで考えを修正したのかを自覚できたと捉えることができる。

また、この生徒の「思考マップ」には、等比数列の和を活用して、複利方式であるB銀行、C銀行、奨学金Aのn年後のローン残高を求めることができたことがわかる記述が見られた(図16)。このことから、この生徒は問題解決過程の考えを振り返ることができたと考えられる。

以上より、「思考マップ」は、問題解決過程の考えや、どこで考えの修正を行ったかを振り返る有効な手立てであると考えられる。

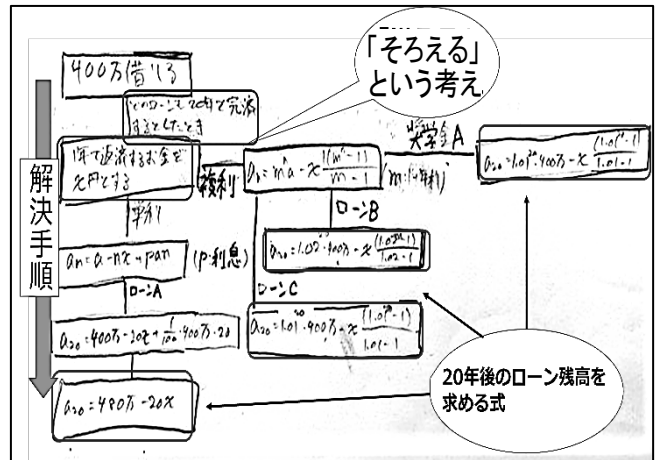


図15 実践Ⅱ単元終末の課題「思考マップ」

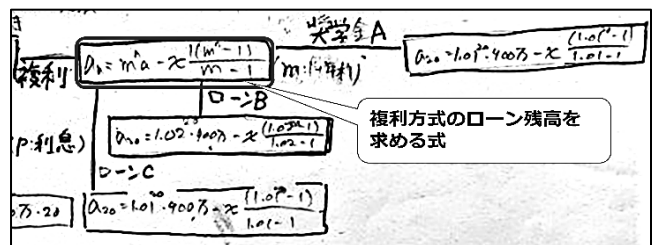


図16 生徒の「思考マップ」

2 研究の成果と課題

(1) 研究の成果

- ① 単元終末の課題を設定し、対話を通して解決したことで、生徒は様々な解決方法や、つまずきの解決方法を考える大切さに気付くことができた。
- ② 「思考マップ」で問題解決過程を可視化することで、生徒はどこで考えを修正したかを自覚できた。生徒自身に、問題解決過程を振り返らせる時間を、授業の中に設定していくことが大切であると分かった。

(2) 研究の課題

- ① 単元終末時の課題において、他の単元の知識や技能を活用した解決方法を引き出すことができなかつた。今後も、他教科や、他の単元とのつながりをより一層意識した教材づくりを進めていきたい。
- ② 「思考マップ」によって、考えの修正を自覚できた生徒がいた一方で、つまずきの気づきに役立たなかつたと考えた生徒も多かつた。これは、問題解決後に「思考マップ」を作成したため、生徒はどこにつまずきがあったのか振り返ることができなかつたからと考えられる。今後は問題解決途中の作成を視野に入れ、研究を継続していきたい。